جامعة الدول العربية
الاتحاد البريدي العربي
كلية البريد العربية

الرياضيات المالية

للسنة الدراسية الثانيــة

الدكتور
ممدوح الخطيب الكسواني
استاذ مساعد في كلية الاقتصاد والتجارة
جامعة دمشق

١٤٠٤ هـ ـ ١٩٨٤ م

مقدمة

تهدف المؤسسات المالية من مصارف وصناديق ادخار وتوفير واستثمار تأمين السيولة النقدية للتجار ورجال الاعمال والافراد . تجمع هذه المؤسسات المدخرات من القطاع الخاص والعائلي على شكل حسابات ادخار وتوفير ، وتقرض ما يتجمع لديها من موارد نقدية لمن يحتاج اليها . تدفع تلك المؤسسات فوائد عن المبالغ المودعة لديها وتقبض فوائداً عن المبالغ التي تقرضها لعملائها .

يستلزم تسجيل العمليات المالية في دفاتر كل من المدين والدائن اتباع اساليب خاصة لتثبيت تلك العمليات زمنياً ولاحتساب الفوائد الدائنة والمدينة واستخلاص الارصدة . وتهدف الرياضيات المالية تقديم الاساس الرياضي والنظري لتسجيل العمليات المالية واحتساب فوائدها . ورغم اعتماد الكثير من المؤسسات المالية في وقتنا الحاضر على الحاسبات الالكترونية لتسجيل ومسك حساباتها ، الا أن المعرفة النظرية للرياضيات المالية لا غنى عنها لفهم وتطوير العمل المالي والاداري والمحاسبي في هذه المؤسسات .

وخلافاً لما جرت عليه العادة من اعتماد كتب الرياضيات المالية على جداول اللوغاريتم أو جداول الفائدة المركبة ، فقد رأينا أن انتشار الآلات الحاسبة وتيسير استخدامها يقدم الحل البديل والعملي لهذه الجداول . لذلك فقد عرضنا القوانين الرياضية المالية دون الاشارة لتلك الجداول من قريب أو بعيد لاعتقادنا بأنه ليس لوسيلة حساب الفوائد سوى دور ثانوي في تحديدها وتسجيلها وأن المهم معرفة القوانين والأسس النظرية المطبقة أياً كانت وسيلة الحساب المستخدمة .

ونظراً للتفريق بين العمليات المالية قصيرة الأجل والعمليات المالية طويلة الاجل، فقد فرقنا بين الموضوعات التي تغطي كل نوع من هذه العمليات ، فالعمليات المالية قصيرة الأجل التي تدور في فترة زمنية تقل عن السنة تعتمد على مبادىء الفائدة البسيطة وتتطلب معرفة الاسس العملية لمسك الحسابات الجارية وحسابات الفوائد

والحسوم وتكافؤ السندات ، أما العمليات المالية طويلة الأجل التي تاخذ بعداً زمنياً يزيد عن السنة فترتكز على مبادىء الفائدة المركبة في احتساب الفائدة والحسم والحسابات الجارية واستهلاك القروض . وقد عرضت ابحاث هذا المؤلف وفق معيار التفريق السابق للعمليات المالية ، فتضمنت العمليات المالية قصيرة الاجل أربعة موضوعات عولجت في أربعة فصول هي : الفائدة البسيطة وطرائق حسابها ، الحسم البسيط ، تكافؤ السندات ، الحسابات الجارية وحسابات الفوائد ، وشملت العمليات المالية طويلة الأجل أربعة موضوعات عرضت في أربعة فصول هي : الفائدة المركبة ، الحسم المركب ، الدفعات الدورية ، استهلاك القروض .

ونحن اذ نقدم للقارىء العربي مؤلفاً سهل الاسلوب ، متسلسل العرض ، نامل ان يكون هذا الكتاب لبنة متواضعة تساهم في بناء المكتبة العربية المعاصرة وتوصل العلم والمعرفة الضروريين لكل تقدم علمي وازدهار حضاري .

الدكتور ممدوح الخطيب الكسواني

الفصل الأول

الفائدة البسيطة وطرائق حسابها

اولا : مفهوم الفائدة

لنفرض أن أحمد اقرض سعيداً مبلغاً من المال لفترة معينة ، يستحق الدائن (أحمد) نتيجة لاقراضه المال ووضعه تحت تصرف المدين (سعيد) تعويضاً يسمى الفائدة وبمعنى آخر ، تمثل الفائدة أجرة المال الذي أقرضه أحمد لسعيد .

ثانياً : القانون الأساسي لحساب الفائدة البسيطة

يتناسب مبلغ الفائدة (ف) طردياً مع العناصر الثلاثة التالية :

آ ــ رأس المال المقرض (ر)

ب ــ مدة القرض (ن)

حـ ــ معدل الفائدة (ع)

يمثل راس المال المقرض المبلغ الأصلي الذي وضعه المقرض تحت تصرف المستقرض خلال مدة القرض . وتمثل مدة القرض الفترة الزمنية التي يحق للمستقرض خلالها التصرف براس المال المستقرض وتقاس بالسنوات . أما معدل الفائدة فيمثل فائدة وحدة النقد (الليرة ، الدرهم ، الدولار ، الجنيه ، الخ ..) خلال وحدة الزمن أي السنة وتأخذ العلاقة الطردية بين مقدار الفائدة والعناصر الثلاثة المحددة له الشكل الرياضي التالي :

$$ف = ر \times ن \times ع$$

ونظراً للتعارف المالي الجاري بأن يكون معدل الفائدة بالنسبة لكل مئة وحدة نقدية فيكون المعدل المئوي الذي نرمز له بـ (م) مساوياً :

$$م = ١٠٠ \times ع$$

أو
$$ع = \frac{م}{١٠٠}$$

وبتعويض (ع) بقيمته في العلاقة السابقة نحصل على القانون الاساسي في حساب الفائدة البسيطة الذي يأخذ الشكل الآتي :

$$ف = \frac{د \times ن \times م}{١٠٠}$$

مثال : ما هو مقدار الفائدة البسيطة التي ينتجها رأس مال قدره ٥٠٠٠ ل.س وظف لمدة ثلاث سنوات بفائدة بسيطة معدلها ١٢٪ .

نطبق القانون : $$ف = \frac{د \times ن \times م}{١٠٠}$$

$$ف = \frac{٥٠٠٠ \times ٣ \times ١٢}{١٠٠} = ١٨٠٠ \text{ ل.س}$$

ثالثاً : حساب الفائدة البسيطة خلال فترة زمنية شهرية :

يمكن حساب مقدار الفائدة البسيطة لرأس مال وظف خلال عدد من الأشهر رغم الاتفاق على معدل فائدة سنوي ، تكون الصيغة الرياضية المطبقة في حساب الفائدة البسيطة :

$$ف = \frac{د \times ش \times م}{١٢٠٠}$$

حيث تمثل ش عدد الاشهر .

مثال : ما هي الفائدة البسيطة لمبلغ ٢٥٠٠ ل.س وظف لمدة ١٥ شهراً بمعدل فائدة سنوي قدره ٩٪ .

$$\text{نطبق القانون : ف} = \frac{\text{د} \times \text{ش} \times \text{م}}{1200}$$

$$\text{ف} = \frac{2500 \times 15 \times 9}{1200} = 281{,}25 \text{ ل.س}$$

رابعاً : حساب الفائدة البسيطة خلال فترة زمنية يومية :

يمكن أيضاً حساب الفائدة البسيطة لراس مال وظف خلال فترة زمنية مقاسة بالأيام ، رغم الاتفاق على معدل فائدة سنوي . ويمكن التمييز هنا بين صيغتين مطبقتين في هذا المجال ، الصيغة التجارية او الفرنسية وتحتسب السنة فيها ب ٣٦٠ يوماً ، والصيغة المدنية او الانكليزية وتحتسب السنة فيها ب ٣٦٥ يوماً . ويأخذ القانونان المطبقان الشكل التالي :

$$\text{الصيغة التجارية أو الفرنسية : ف} = \frac{\text{د} \times \text{ى} \times \text{م}}{36000}$$

$$\text{الصيغة المدنية أو الانكليزية : ف}' = \frac{\text{د} \times \text{ى} \times \text{م}}{36500}$$

حيث يمثل ى عدد ايام التوظيف .

يبدأ تاريخ استحقاق الفوائد في كلتا الصيغتين من اليوم التالي لتاريخ الدفع أو الايداع ، وتحسب الاشهر وفق عدد أيامها الفعلية ، فتكون عدد أيام شهر شباط مثلاً ٢٨ يوماً في السنوات العادية و ٢٩ يوماً في السنوات الكبيسة . وتحسب الفترة الزمنية بالأيام عملياً باغفال يوم الايداع أو يوم الاستحقاق ، فمثلا يبلغ عدد الايام الواقع بين ١٢ آذار (مارس) و ١٠ تموز (يوليو) :

آذار	٣١ (عدد ايام الشهر) — ١٢ (تاريخ الايداع) =	١٩
نيسان		٣٠
مايس		٣١
حزيران		٣٠
تموز	(تاريخ الاستحقاق)	١٠
		١٢٠ يوماً

مثال : ما هي فائدة رأس مال قدره ٤٠٠٠ ل.س وظف بفائدة بسيطة معدلها السنوي ٨٪ من ٤ شباط وحتى ٢٨ ايلول ١٩٨٣ .

نحسب اولاً الفترة الزمنية بالأيام :

شباط	٢٨ — ٤ = ٢٤
آذار	٣١
نيسان	٣٠
مايس	٣١
حزيران	٣٠
تموز	٣١
آب	٣١
ايلول	٢٨
المجموع	٢٣٦ يوما

نطبق ثانياً الاسلوب الفرنسي او الانكليزي في حساب الفائدة البسيطة :

$$ف = \frac{٤٠٠٠ \times ٢٣٦ \times ٨}{٣٦٠٠٠} = ٢٠٩٫٧٧ \text{ ل.س}$$

$$ف' = \frac{٤٠٠٠ \times ٢٣٦ \times ٨}{٣٦٥٠٠} = ٢٠٦٫٩٠ \text{ ل.س}$$

خامساً : الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة المدنية :

تحسب الفائدة التجارية كما أشرنا باعتبار ان عدد أيام السنة ٣٦٠ يوماً في حين تحسب الفائدة المدنية باعتبار ان عدد أيام السنة ٣٦٥ يوماً . وينتج عن هذا الاختلاف فرق في مقدار الفائدة المتحصلة .

فاذا رمزنا للفائدة التجارية ب ف = $\frac{\text{ر} \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠}$

وللفائدة المدنية ب فَ = $\frac{\text{ر} \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٥٠٠}$

فان الفرق بين الفائدتين يساوي ف ـ فَ ، اي :

$$\text{ف} - \text{فَ} = \frac{\text{ر} \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠} - \frac{\text{ر} \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٥٠٠}$$

$$\text{ف} - \text{فَ} = \frac{٣٦٥٠٠(\text{ر} \times \text{م} \times \text{ى}) - ٣٦٠٠٠(\text{ر} \times \text{م} \times \text{ى})}{٣٦٠٠٠ \times ٣٦٥٠٠}$$

$$\text{ف} - \text{فَ} = \frac{٥٠٠(\text{ر} \times \text{م} \times \text{ى})}{٣٦٠٠٠ \times ٣٦٥٠٠}$$

$$\text{ف} - \text{فَ} = \frac{\text{ر} \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٥٠٠} \times \frac{٥٠٠}{٣٦٠٠٠}$$

$$\text{ف} - \text{فَ} = \text{فَ} \times \frac{١}{٧٢} = \frac{\text{فَ}}{٧٢}$$

اي ان الفرق بين الفائدتين يساوي $\frac{١}{٧٢}$ من الفائدة المدنية .

$$\text{او ف} - \text{فَ} = \frac{\text{ر} \times \text{م} \times \text{ى}}{\text{٣٦٠٠٠}} \times \frac{\text{٥٠٠}}{\text{٣٦٥٠٠}}$$

$$\text{ف} - \text{فَ} = \text{ف} \times \frac{\text{١}}{\text{٧٣}} = \frac{\text{ف}}{\text{٧٣}}$$

اي ان الفرق بين الفائدتين يساوي $\frac{\text{١}}{\text{٧٣}}$ من الفائدة التجارية

وحسب المثال العددي المذكور في الفقرة السابقة ، نجد ان الفرق بين الفائدتين يساوي : ٢٠٩ر٧٧ − ٢٠٦ر٩٠ = ٢ر٨٧ ، وهذا الفرق يساوي :

$$\frac{\text{ف}}{\text{٧٣}} = \frac{\text{٢٠٩ر٧٧}}{\text{٧٣}} = \text{٢ر٨٧} \quad \text{، او}$$

$$\frac{\text{فَ}}{\text{٧٢}} = \frac{\text{٢٠٦ر٩٠}}{\text{٧٢}} = \text{٢ر٨٧}$$

سادساً : ايجاد العناصر الاربعة في قانون الفائدة البسيطة الاساسي :

يتضمن القانون الاساسي للفائدة البسيطة اربعة عناصر هي : الفائدة ، راس المال ، معدل الفائدة ، الزمن . ويمكن تحديد احد العناصر بمعرفة العناصر الثلاثة الباقية ، اي :

$$\text{مقدار الفائدة ف} = \frac{\text{ر} \times \text{ن} \times \text{م}}{\text{١٠٠}} \quad \text{او} \quad \frac{\text{ر} \times \text{ى} \times \text{م}}{\text{٣٦٠٠٠}}$$

$$\text{راس المال ر} = \frac{\text{١٠٠ ف}}{\text{ن} \times \text{م}} \quad \text{او} \quad \frac{\text{٣٦٠٠٠ ف}}{\text{ى} \times \text{م}}$$

$$\text{المدة الزمنية ن} = \frac{\text{١٠٠ ف}}{\text{ر} \times \text{م}} \quad \text{او ى} = \frac{\text{٣٦٠٠٠ ف}}{\text{ر} \times \text{م}}$$

$$\text{معدل الفائدة } م = \frac{١٠٠ \text{ ف}}{ر \times ن} \quad \text{أو } م = \frac{٣٦٠٠٠ \text{ ف}}{ر \times ى}$$

سابعاً : جملة راس المال :

يقصد بجملة راس المال مجموع راس المال الموظف والفوائد المتحققة خلال مدة التوظيف . فاذا رمزنا لجملة راس المال بـ (ج) ، فيكون :

$$ج = ر + ف$$

$$ج = ر + \frac{ر \times ن \times م}{١٠٠}$$

$$ج = ر \left(١ + \frac{ن \times م}{١٠٠} \right)$$

مثال : أوجد جملة راس مال قدره ٢٠٠٠ ل.س وظف بفائدة بسيطة معدلها ١١ ٪ لمدة سنتين .

نطبق القانون :

$$ج = ر \left(١ + \frac{ن \times م}{١٠٠} \right)$$

$$ج = ٢٠٠٠ \left(١ + \frac{٢ \times ١١}{١٠٠} \right)$$

$$ج = ٢٤٤٠ \text{ ل.س}$$

وبالتالي فان مقدار الفائدة $ف = ج - ر$

أو $ف = ٢٤٤٠ - ٢٠٠٠ = ٤٤٠$ ل.س .

ثامناً : المعدل الوسطي لمجموعة من التوظيفات :

لنفرض ان شخصاً قام بتوظيف مجموعة من رؤوس امواله لمدد مختلفة ووفق معدلات فائدة متباينة كما يبدو من التمثيل الآتي :

رؤوس الاموال	معدلات الفائدة	مدة التوظيف باليوم
$ر_{١}$	$م_{١}$	$ي_{١}$
$ر_{٢}$	$م_{٢}$	$ي_{٢}$
:	:	:
$ر_{ل}$	$م_{ل}$	$ي_{ل}$

يحصل الشخص المذكور على فائدة اجمالية قدرها :

$$\frac{ر_{١} \times م_{١} \times ي_{١}}{٣٦٠٠٠} + \frac{ر_{٢} \times م_{٢} \times ي_{٢}}{٣٦٠٠٠} + \cdots + \frac{ر_{ل} \times م_{ل} \times ي_{ل}}{٣٦٠٠٠}$$

نسمي معدل الفائدة الوسطي (ط) ذلك المعدل الوحيد الذي لو وظفت وفقه رؤوس الاموال الـ $ر_{١}$ ، $ر_{٢}$ ، ... ، $ر_{ل}$ خلال الفترات $ي_{١}$ ، $ي_{٢}$ ، .. ، $ي_{ل}$ لأنتجت الفائدة الاجمالية ذاتها ، اي :

$$\frac{ر_{١} \times م_{١} \times ي_{١}}{٣٦٠٠٠} + \frac{ر_{٢} \times م_{٢} \times ي_{٢}}{٣٦٠٠٠} + \cdots + \frac{ر_{ل} \times م_{ل} \times ي_{ل}}{٣٦٠٠٠}$$

$$\frac{ر_{١} \times ط \times ي_{١}}{٣٦٠٠٠} + \frac{ر_{٢} \times ط \times ي_{٢}}{٣٦٠٠٠} + \cdots + \frac{ر_{ل} \times ط \times ي_{ل}}{٣٦٠٠٠}$$

وباخراج (ط) كعامل مشترك يكون :

$$ط \left(ر_{١} \times \frac{ي_{١}}{٣٦٠٠٠} + ر_{٢} \times \frac{ي_{٢}}{٣٦٠٠٠} + \cdots + ر_{ل} \times \frac{ي_{ل}}{٣٦٠٠٠} \right)$$

اي ان :

$$ط = \frac{\frac{مح ر \times م \times ى}{36000}}{\frac{مح ر \times ى}{36000}} = \frac{مح ر \times م \times ى}{مح ر \times ى}$$

مثال : اوجد المعدل الوسطي للتوظيفات الآتية :

رؤوس الاموال	معدل الفائدة	فترات التوظيف باليوم
٢٢٠٠	١٠٪	٣٠
٥٠٠٠	٨٪	٦٠
٨٠٠٠	١٢٪	٤٥

$$ط = \frac{2200 \times 10 \times 30 + 5000 \times 8 \times 60 + 8000 \times 12 \times 45}{2200 \times 30 + 5000 \times 60 + 8000 \times 45}$$

$$ط = \frac{660000 + 2400000 + 4320000}{66000 + 300000 + 360000} = \frac{7380}{726} = 10$$

أي أن المعدل الوسطي للتوظيفات يساوي ١٠٪ تقريباً .

تاسعاً : معدل الفائدة الاسمي والحقيقي :

تعتمد الصيغ المدروسة آنفاً في حساب الفائدة البسيطة على مبدأ دفع الفوائد المستحقة في تاريخ اعادة راس المال المستقرض ، ومع ذلك ، فمن الشائع أن يتفق المتعاقدان على دفع الفوائد في تاريخ ابرام العقد الذي يستلم فيه المستقرض المال من المقرض . وبالطبع فان ابرام العقد بهذه الصيغة يؤمن للدائن معدل فائدة حقيقي أعلى من معدل الفائدة الاسمي المتفق عليه كما يبدو ذلك واضحاً من المثال التالي :

وظف شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ ل.س لمدة سنة ، بمعدل فائدة سنوي قدره ١٠٪ على أن يقبض الفائدة في تاريخ التوظيف ، فما هو معدل الفائدة الحقيقي ؟

يساوي مقدار الفائدة المقبوضة $= \dfrac{\text{٢٠٠٠٠} \times \text{١٠} \times \text{١}}{\text{١٠٠}} = \text{٢٠٠٠}$ ل.س .

يستلم المستقرض مبلغ ٢٠٠٠٠ ل.س في تاريخ الاقراض ، ويدفع منه مباشرة ٢٠٠٠ ل.س مقدار الفائدة ، أي ان صافي المبلغ المقرض يساوي ١٨٠٠٠ ل.س . وفي نهاية مدة القرض ، يعيد المدين الى الدائن مبلغ ٢٠٠٠٠ ل.س لانه دفع الفائدة في مطلع الفترة ، وبذلك يكون الدائن قد قبض مبلغ ٢٠٠٠ ل.س كفائدة على المبلغ المقرض الصافي المساوي ١٨٠٠٠ ل.س . وبالتالي فان معدل الفائدة الحقيقي يساوي :

$$\text{م} = \frac{\text{١٠٠} \times \text{ف}}{\text{د} \times \text{ن}} = \frac{\text{١٠٠} \times \text{٢٠٠٠}}{\text{١٨٠٠٠} \times \text{١}} = \text{١١ر١١}$$

أي أن المعدل الحقيقي للفائدة يساوي ١١ر١١ ٪

عاشراً : الطرق التجارية في حساب الفائدة البسيطة :

تستعمل الطرق التي سنتعرض لها في هذه الفقرة في حساب الفائدة البسيطة وذلك عندما تقاس مدة التوظيف بالأيام . وقد فقدت هذه الطرق الكثير من أهميتها نتيجة لانتشار الآلات الحاسبة ولكن يبقى لها مع ذلك أهمية نظرية ومنهجية .

١ ــ الطريقة الاولى : طريقة النمر والقواسم :

آ ــ مفهوم الطريقــة :

ننطلق من القانون الاساسي في حساب الفائدة البسيطة .

$$\text{ف} = \frac{\text{د} \times \text{م} \times \text{ى}}{\text{٣٦٠٠٠}}$$

أو

$$\text{ف} = \frac{\dfrac{\text{د} \times \text{ى}}{\text{٣٦٠٠٠}}}{\text{م}}$$

لنفرض أن ق $= \frac{36000}{م}$ و نم = ر × ى ، فيؤول القانون الى الصيغة الآتيـة :

$$ف = \frac{نم}{ق}$$

نسمي الجداء ر × ى بالنمر ، والناتج $\frac{36000}{م}$ بالقاسم الثابت فيساوي مقدار الفائدة اذن حاصل قسمة النمر على القاسم الثابت .

ب ـ مثال عددي :

اوجد فائدة مبلغ ٧٢٣ر٧٥ ل.س وظف بفائدة بسيطة معدلها ٦٪ لمدة ٢٨ يوماً بطريقة النمر والقواسم .

اولا : نوجد القاسم ق $= \frac{36000}{6} = 6000$

ثانيا : نوجد النمر نم = ٧٢٣ر٧٥ × ٢٨ = ٢٠٢٦٥

نقسم النمر على القاسم فنحصل على الفائدة، $\frac{نم}{ق} = \frac{20265}{6000} = $ ٣ر٣٧٧٥ ل.س

ح ـ حساب الفائدة الاجمالية لمجموعة من رؤوس الاموال :

تستخدم طريقة النمر والقواسم في حساب الفائدة البسيطة بصورة خاصة عندما نلجأ لحساب فائدة مجموعة من رؤوس الاموال موظفة وفق معدل واحد .

مثال : اوجد مقدار الفائدة البسيطة لرؤوس الاموال التالية الموظفة بمعـدل فائدة سنوي قدره ١٢ ٪ .

١٣١٥	ل.س	لمدة	٢٥ يوماً
٦٣٤	ل.س	لمدة	١٦ يوماً
٤٧٢٨	ل.س	لمدة	٣٦ يوماً
٢٧٢٣	ل.س	لمدة	٥٦ يوماً

بتطبيق طريقة النمر والقواسم نجد ان :

$$\text{ق} = \frac{\text{٣٦٠٠٠}}{\text{١٢}} = \text{٣٠٠٠}$$

الفائدة الاجمالية =

$$\frac{\text{١٣١٥}\times\text{٢٥}}{\text{٣٠٠٠}} + \frac{\text{٦٣٤}\times\text{١٦}}{\text{٣٠٠٠}} + \frac{\text{٤٧٢٨}\times\text{٣٦}}{\text{٣٠٠٠}} + \frac{\text{٢٧٢٣}\times\text{٥٦}}{\text{٣٠٠٠}} =$$

$$\frac{\text{٣٢٨٧٥}+\text{١٠١٤٤}+\text{١٧٠٢٠٨}+\text{١٥٢٤٨٨}}{\text{٣٠٠٠}} = \frac{\text{٣٦٥٧١٥}}{\text{٣٠٠٠}} = \text{١٢٠ر٩١ ل.س}$$

ويبدو واضحاً من هذا المثال ان حساب الفائدة البسيطة بطريقة النمر والقواسم يتلخص في ايجاد نمر كل مبلغ موظف ، ثم جمع نمر المبالغ الموظفة ، واخيرا قسمة مجموع النمر على القاسم الثابت . وهكذا ، فاذا وظفنا مجموعة من رؤوس الاموال ر_1 ، ر_2 ، ر_3 ... على التوالي خلال الفترات ى_1 ، ى_2 ، ى_3 ... بمعدل فائدة وحيد (م) قاسمه (ق) فان مجموع الفوائد المتحققة يساوي :

$$\text{ف} = \frac{\text{ر}_1\text{ى}_1 + \text{ر}_2\text{ى}_2 + \text{ر}_3\text{ى}_3 + \dots}{\text{ق}} = \frac{\text{نم}_1 + \text{نم}_2 + \text{نم}_3 + \dots}{\text{ق}}$$

$$\text{ف} = \frac{\text{مج نم}}{\text{ق}} .$$

ونذكر بأن تطبيق هذه الطريقة يتطلب الحصول على قاسم صحيح ، وبالطبع فان ذلك يتعلق بمعدل الفائدة ، فعندما لا ينتج معدل الفائدة قاسما صحيحا كالمعدل (٧٪) فعندها لا ينصح بتطبيق طريقة النمر والقواسم .

٢ ـ الطريقة الثانية : طريقة تجزئة راس المال :

يعتمد حساب الفائدة البسيطة في طريقة النمر والقواسم على العلاقة $ف = \frac{ر \times ى}{ق}$ فاذا كان راس المال (ر) مساوياً للقاسم (ق) اي ر = ق فان الفائدة تساوي عدد الايام (ى) .

وبذلك يتم حساب الفائدة البسيطة وفق هذه الطريقة بالاعتماد على تجزئة رأس المال الموظف الى أجزاء تساوي القاسم أو مضاريبه فتكون فوائد تلك الاجزاء مساوية عدد أيام التوظيف أو مضاريبه . ولتوضيح طريقة تجزئة رأس المال ، لنحسب الفائدة البسيطة لراس مال قدره ١٢٣٧٥ ل.س وظف لمدة ٤٨ يوماً بفائدة بسيطة معدلها السنوي ٨٪ .

يساوي القاسم المتعلق بمعدل الفائدة ٨٪ : $ق = \frac{٣٦٠٠٠}{٨} = ٤٥٠٠$

اذن تساوي فائدة كل ٤٥٠٠ ل.س موظفة وفق شروط المسألة عدد أيام التوظيف أي ٤٨ ل.س ، وبالتالي يمكن تجزئة راس المال ١٢٣٧٥ الى مضاريب العدد ٤٥٠٠ وتجزئة فائدته المساوية ٤٨ ل.س بالنسبة ذاتها أي :

	اجزاء راس المال المساوية لمضاريب القاسم	الفائدة المساوية لمضاريب عدد الايام
	٤٥٠٠	٤٨
	٤٥٠٠	٤٨
	٢٢٥٠	٢٤
	١١٢٥	١٢
المجموع	١٢٣٧٥	١٣٢

اي ان فائدة رأس المال البالغ ١٢٣٧٥ ل.س تساوي ١٣٢ ل.س . ونلاحظ ان هذه الطريقة لا تطبق الا إذا أمكن تحويل رأس المال الموظف بسهولة لمضاريب بسيطة للقاسم . كما يبدو واضحاً ان طريقة تجزئة رأس المال تعتمد على القاعدة التالية في حساب الفائدة البسيطة : ينتج كل راس مال يساوي القاسم فائدة بسيطة تساوي ليرة واحدة في كل يوم توظيف .

٣ ـ الطريقة الثالثة : طريقة تجزئة مدة التوظيف :

لننطلق من القانون الاساسي لحساب الفائدة البسيطة ف $= \frac{د \times م \times ى}{٣٦٠٠٠}$

نبدل $\frac{٣٦٠٠٠}{م}$ بالقاسم ق ، فيكون ف $= \frac{د \times ى}{ق}$.

لنقسم الصورة والمخرج على العدد ١٠٠ فلا يتغير مقدار الفائدة ، اي $\frac{\frac{د \times ى}{١٠٠}}{\frac{ق}{١٠٠}}$ نسمي المقدار $\frac{ق}{١٠٠}$ بالاساس ونرمز له ب (س) فيكون القانون :

$$ف = \frac{د \times ى}{١٠٠ \times س}$$

فاذا كانت مدة التوظيف معبراً عنها بالايام (ى) مساوية للاساس (س) فان مقدار الفائدة (ف) يساوي راس المال مقسوماً على ١٠٠ ، اي :

اذا كان ى = س

فان ف $= \frac{د}{١٠٠}$

وبهذا فان حساب الفائدة البسيطة بتجزئة الزمن يقوم على اساس تقسيم الزمن الى وحدات تساوي الاساس او مضاريبه ، عندها تساوي فوائد تلك الوحدات جزء من مئة من راس المال .

مثال : اوجد الفائدة البسيطة لراس مال ١٢٣٧٥ ل.س وظف لمدة ٩٨ يوماً بفائدة بسيطة معدلها ٨٪ بطريقة تجزئة الزمن .

يساوي القاسم المقابل لمعدل فائدة ٨٪ : ق = $\frac{٣٦٠٠٠}{٨}$ = ٤٥٠٠

يساوي الاساس المقابل للقاسم السابق : س = $\frac{ق}{١٠٠}$ = $\frac{٤٥٠٠}{١٠٠}$ = ٤٥

حساب الفائدة

	وحدات مدة التوظيف = س	**الفائدة البسيطة**
	٤٥	١٢٣ر٧٥
	٣٠	٨٢ر٥٠
	١٥	٤١ر٢٥
	٥	١٣ر٧٥
	٣	٨ر٢٥
المجموع	٩٨	٢٦٩ر٥٠

وبالطبع فان تطبيق طريقة الفائدة البسيطة بتجزئة مدة التوظيف يقتضي امكانية تقسيم مدة التوظيف الى أمثال سهلة الحساب من الإساس .

٤ ـ الطريقة الرابعة : طريقة تجزئة الزمن والمعدل (الطريقة الستينية) :

راينا في الفقرة السابقة أن ف = $\frac{ر \times ى}{١٠٠ \times س}$ ، فاذا فرضنا ان معدل الفائدة يساوي ٦٪ وان مدة التوظيف تساوي ٦٠ يوماً ، فان القاسم ق = $\frac{٣٦٠٠٠}{٦}$ = ٦٠٠٠ ، والاساس س = $\frac{ق}{١٠٠}$ = $\frac{٦٠٠٠}{١٠٠}$ = ٦٠ .

وبتعويض هذه النتائج في القانون السابق ، نلاحظ ان الفائدة ف = $\frac{ر \times ٦٠}{١٠٠ \times ٦٠}$

= $\frac{ر}{١٠٠}$ اي جزء من مئة من راس المال الموظف . وبهذا فان تطبيق الطريقة الستينية

يتم على مرحلتين . تعتمد الاولى على تقسيم الفترة الزمنية الى اجزاء تساوي الاساس أو مضاريبه ، عندها تساوي الفائدة جزء من مئة من راس المال او مضاريبه. وفي المرحلة الثانية ، نعيد معدل الفائدة للمعدل المطلوب مروراً بالمعدل المفترض ٦٪ ونناسب بالتالي مقدار الفائدة مع الفائدة الناتجة في المرحلة الأولى .

مثال : أوجد الفائدة البسيطة لراس مال قدره ٧٨٥٠ ل.س وظف لمدة ١١٣ يوماً بفائدة معدلها ٩ر١٠ ٪ باستخدام الطريقة الستينية .

المرحلة الأولى :

ايجاد مقدار الفائدة بافتراض أن معدل الفائدة يساوي ٦٪ وأن الاساس يساوي ٦٠ .

عدد الايام	مقدار الفائدة
٦٠	٧٨ر٥
٣٠	٣٩ر٢٥
٢٠	٢٦ر١٧
٣	٣ر٩٢
المجموع ١١٣	١٤٧ر٨٤

المرحلة الثانية :

ايجاد الفائدة بافتراض أن معدل الفائدة يساوي ٩ر١٠ ٪ .

معدل الفائدة	مقدار الفائدة
٦	١٤٧٫٨٤
٣	٧٣٫٩٢
١٫٥	٣٦٫٩٦
٠٫٣	٧٫٣٩
٠٫١	٢٫٤٦
المجموع ١٠٫٩	٢٦٨٫٥٧

٥ ـ الطريقة الخامسة : الطريقة المركبة للنمر والقواسم مع تجزئة المعدل :

تطبق طريقة النمر والقواسم كما رأينا سابقاً عندما يتم توظيف مجموعة من رؤوس الاموال بمعدل فائدة وحيد . ولكن ايجاد القواسم يتعلق بقيمة معدل الفائدة لأن ق = $\frac{٣٦٠٠٠}{م}$. ففي بعض الحالات ، وعندما يكون معدل الفائدة كسرياً لا نحصل على قاسم صحيح . في هذه الحالة ، نطبق طريقة مركبة من طريقة النمر والقواسم وطريقة تجزئة معدل الفائدة وذلك باعتماد معدل فائدة احتياطي ينتج قاسماً صحيحاً ، ثم نحسب الفائدة بالاستناد الى المعدل الأصلي في مرحلة تالية .

مثال : اوجد الفائدة البسيطة الناتجة عن توظيف رؤوس الاموال التالية بفائدة معدلها ٨٫٧٪ في الفترات الزمنية المرافقة :

١٣٢٦	ل.س	لمدة	٢٧ يوما
٢٤٦٢	ل.س	لمدة	٦٥ يوما
٤٩٣٨	ل.س	لمدة	٤٣ يوما

نلاحظ ان القاسم الناتج من معدل الفائدة ٨٫٧ غير صحيح لأن ق = $\frac{٣٦٠٠٠}{٨٫٧}$

لذلك سنعتمد في المرحلة الاولى على معدل فائدة احتياطي كالمعدل ٨٪ الذي يساوي قاسمه $\frac{٣٦٠٠٠}{٨}$ = ٤٥٠٠ ، ونحسب وفق طريقة النمر والقواسم الفائدة الاجمالية فيكون :

$$ف = \frac{١٣٢٦ \times ٢٧ + ٢٤٦٢ \times ٦٥ + ٤٩٣٨ \times ٤٣}{٤٥٠٠}$$

$$\text{ف} = \frac{\text{٣٥٨٠٢ + ١٦٠٠٣٠ + ٢١٢٣٣٤}}{\text{٤٥٠٠}} = \frac{\text{٤٠٨١٦٦}}{\text{٤٥٠٠}} = \text{٩٠ر٧٠}$$

في المرحلة الثانية نطبق تجزئة المعدل للانتقال من المعدل الاحتياطي ٨٪ الى المعدل الفعلي ٧ر٨٪ فيكون :

معدل الفائدة	مقدار الفائدة
٨	٩٠ر٧٠
٤ر٠	٤ر٥٤
٢ر٠	٢ر٢٧
١ر٠	١ر١٣
٨ر٧	٩٨ر٦٤

٦ ـ الطريقة السادسة : الطريقة الانكليزية :

اعتمدت الطرق السابقة في حساب الفائدة البسيطة على تطبيق القانون الاساسي $\text{ف} = \frac{\text{د × م × ى}}{\text{٣٦٠٠٠}}$ وذلك باعتبار أن عدد أيام السنة ٣٦٠ يوماً وليس ٣٦٥ يوماً كما هو في الواقع حيث يتطلب ذلك استخدام القانون $\text{ف} = \frac{\text{د × م × ى}}{\text{٣٦٥٠٠}}$.

ويبدو واضحاً أن المخرج ٣٦٠٠٠ يسهل العمليات الحسابية أكثر من العدد ٣٦٥٠٠ حيث لا يؤدي العدد الأخير الى قاسم صحيح الا بالنسبة لمعدلي الفائدة ٥٪ و ١٠٪ (بين معدلات الفائدة المستخدمة عملياً)

لنعتمد مبدئياً معدل الفائدة ٥٪ كمعدل احتياطي لتبسيط قانون الفائدة ، فيكون :

$$\text{ف} = \frac{\text{د × م × ى}}{\text{٣٦٥٠٠}} = \frac{\text{د × ٥ × ى}}{\text{٣٦٥٠٠}} = \frac{\text{د × ى}}{\text{٧٣٠٠}}$$

فاذا كان معدل الفائدة المطبق ٥٪ أمكن استخدام القاسم ٧٣٠٠ وحساب الفوائد الناتجة بسهولة ، اما اذا اختلف معدل الفائدة عن ٥٪ فيمكن الاستعانة بالتقريب التالي :

$$\text{العدد}\ \ ٧٣٠٠ = ٧٣٠٠$$

$$\text{و}\ \frac{١}{٣}\ \text{العدد}\ \ ٧٣٠٠ = ٢٤٣٣$$

$$\text{و}\ \frac{١}{٣٠}\ \text{العدد}\ \ ٧٣٠٠ = ٢٤٣$$

$$\text{و}\ \frac{١}{٣٠٠}\ \text{العدد}\ \ ٧٣٠٠ = ٢٤$$

$$٧٣٠٠\ (١ + \frac{١}{٣} + \frac{١}{٣٠} + \frac{١}{٣٠٠}) = ١٠٠٠٠\ *$$

$$\text{أو}\ \ ٧٣٠٠ = \frac{١٠٠٠٠}{(١ + \frac{١}{٣} + \frac{١}{٣٠} + \frac{١}{٣٠٠})}$$

وبتعويض هذه النتيجة في قانون حساب الفائدة البسيطة $ف = \frac{ر \times ى}{٧٣٠٠}$ ،

يكون :

$$ف = \frac{ر \times ى}{\frac{١٠٠٠٠}{(١ + \frac{١}{٣} + \frac{١}{٣٠} + \frac{١}{٣٠٠})}}$$

---

* وذلك بتقريب مقبول لان الناتج الصحيح يساوي ١٠٠٠١

$$\text{ف} = \frac{\text{ر} \times \text{ى}\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{30}+\frac{1}{300}\right)}{1000000}$$ أو

وهكذا فلحساب فائدة راس مال (ر) موظف على أساس عدد أيام السنة مساو ٣٦٥ نتبع المراحل العملية التالية :

آ ــ نفرض ان معدل الفائدة يساوي ٥ ٪

ب ــ نوجد الجداء ر × ى

حـ ــ نضيف للجداء السابق $\frac{1}{3}$ منه ثم $\frac{1}{30}$ منه ثم $\frac{1}{300}$ منه .

د ــ نقسم حاصل الجمع على ١٠٠٠٠ ، ويمثل الناتج مقدار فائدة راس المال بافتراض أن معدل الفائدة يساوي ٥ ٪ .

هـ ــ نحسب الفائدة باعتبار المعدل الفعلي وذلك باستخدام طريقة تجزئة معدل الفائدة .

مثال : ما هي الفائدة البسيطة لراس مال مقداره ٧١٤٢ ل.س وظف لمدة ٥٧ يوما بفائدة معدلها ٨ر٧ ٪ .

نوجد النمر او الجداء ر × ي = ٧١٤٢ × ٥٧ = ٤٠٧ ٠٩٤

نضيف $\frac{1}{3}$ النمر = $\frac{1}{3}$ × ٤٠٧٠٩٤ = ١٣٥ ٦٩٨

نضيف $\frac{1}{30}$ من النمر = $\frac{1}{30}$ × ٤٠٧٠٩٤ = ٨ر١٣٥٦٩

نضيف $\frac{1}{300}$ من النمر = $\frac{1}{300}$ × ٤٠٧٠٩٤ = ٩٨ر١٣٥٦

المجموع = ٧٨ر٥٥٧٧١٨

$$\text{والفائدة ف} = \frac{٥٥٧٧١٨٫٧٨}{١٠٠٠٠} = ٥٥٫٧٧$$

وهذه الفائدة بافتراض أن معدل الفائدة يساوي ٥ ٪ .

نوجد الآن مقدار الفائدة وفق المعدل الفعلي المساوي ٧٫٨ ٪ .

	معدل الفائدة	مقدار الفائدة
	٥	٥٥٫٧٧
	٢٫٥	٢٧٫٨٨٥
	٠٫٢٥	٢٫٧٨٨
	٠٫٠٥	٠٫٥٥٧
المجموع	٧٫٨	٨٧

أي أن فائدة مبلغ ٧١٤٢ ل.س وظف لمدة ٥٧ يوماً بفائدة ٧٫٨ تساوي بالتقريب ٨٧ ل.س .

تطبيقات عمليـــة

١ ـ أوجد مقدار راس المال الموظف بفائدة بسيطة معدلها السنوي ٦ ٪ اذا علمت أن فائدته قد بلغت ١٦٢٫٥ ل.س بعد ١٥٦ يوماً .

٢ ـ وظف شخص مبلغ ٢٥٠٠٠ ل.س بفائدة بسيطة فبلغت جملته ٢٦٠٠٠ ل.س بعد ستة اشهر ، والمطلوب ايجاد المعدل السنوي للفائدة .

٣ ـ وظف مبلغ ٧٢٠٠ ل.س بفائدة بسيطة معدلها السنوي ٩ ٪ فاعطى فائدة بلغ مقدارها ١٩٩٫٨ ل.س . أوجد مدة التوظيف .

٤ ـ بلغت الفائدة البسيطة الناتجة عن توظيف مبلغ ٣٠٠٠ ل.س خلال الفترة ٢٦ آذار و ٥ آب من عام ١٩٨٢ مقدار ٥٥ ل.س ، والمطلوب ايجاد معدل الفائدة .

٥ ـ بتاريخ ٢٨ شباط ١٩٨٠ ، اقترض عدنان مبلـغ ١٣٢٠٠ ل.س بفائـدة بسيطة معدلها ٩ ٪ . بلغت الفوائد المدفوعة ٤٠٩٫٢٠ ل.س . والمطلوب تحديـد تاريخ تسديد القرض .

٦ ـ احسب الفائدة البسيطة التي ينتجها مبلغ ٢٨٠٠٠ ل.س وظف بفائـدة معدلها ٩ ٪ بين ١٣ أيلول و ٢٧ شباط من السنة التالية .

٧ ـ بتاريخ ٨ حزيران أقرض سعيد مبلغ ٧٢٠٠ ل.س بفائدة بسيطة معدلها السنوي ٨ ٪ فاذا بلغت جملة المبلغ المقرض ٧٢٨٨ ل.س فأوجد تاريخ تسديـد القرض .

٨ ـ أوجد المبلغ الذي لو وظف بفائدة بسيطة معدلها ٨٫٤ ٪ لمدة ٦٢ يومـاً لبلغت جملته ١٦٧٣٨٫٧٠ ل.س .

٩ ـ أوجد معدل الفائدة الوسطي الناتج عن التوظيفات الآتية :

راس المال	معدل الفائدة	مدة التوظيف
٥٨٠٠	٦٫٣ ٪	٢٥ أيار حتى ١٥ تموز
٦٧٢٠	٨٫٥ ٪	٢٥ أيار حتى ٣١ تموز
٣٧٨٠	٩٫٦ ٪	٢٥ أيار حتى ٢١ آب

١٠ ـ وظف محمود مبلغ ٢٥٠٠٠ ل.س بفائدة معدلها ٨٪ ولمدة ٢٢ شهراً على أن يتقاضى الفوائد سلفاً في بداية تاريخ التوظيف . أوجد معدل الفائدة الحقيقي .

١١ ـ احسب بطريقة النمر والقواسم الفائدة الكلية لرؤوس الاموال التالية الموظفة بفائدة معدلها ٩٪ ، ثم بفائدة معدلها ٣ر١٠٪ :

٥٠٠٠	ل.س	وظفت	من ١ آذار حتى ٣١ تموز
٤٦٢٥	ل.س	وظفت	من ١ آذار حتى ٣١ آب
٢٨٧٠	ل.س	وظفت	من ١ آذار حتى ٣٠ ايلول .

١٢ ـ وظف مبلغ ١٢٦٤٠ ل.س بفائدة بسيطة معدلها ٥ر٤٪ لمدة ٣٢ يوماً ، والمطلوب ايجاد فائدة المبلغ باستخدام طريقة تجزئة راس المال .

١٣ ـ أوجد بطريقة تجزئة راس المال الفائدة الناتجة عن راس مال قدره ١٤٦١٦ ل.س وظف بمعدل ١٠٪ لمدة ٨٤ يوماً .

١٤ ـ أوجد بطريقة تجزئة الزمن الفائدة الناتجة عن توظيف راس مال قدره ٤٨٦٠ ل.س بفائدة معدلها ٩٪ لمدة ١١٦ يوماً .

١٥ ـ استخدم الطريقة الستينية لايجاد فائدة راس مال قدره ١.٨٠٠ ل.س وظف لمدة ١٢٨ يوماً بفائدة معدلها ٢ر٩٪ .

١٦ ـ أوجد وفق الطريقة الانكليزية فائدة راس مال قدره ١٣٤٤ ل.س وظف بفائدة معدلها ٦ر١٢٪ لمدة ٤٥ يوماً .

١٧ ـ ما هي الفائدة التي ينتجها مبلغ قدره ٣٦٤٨ ل.س خلال ٢١ يوماً بمعدل ٧٥ر٣٪ وذلك باستخدام الطريقة الانكليزية .

١٨ ـ ما هو المبلغ الموظف بمعدل الفائدة ٦٪ خلال ٤٥ يوماً اذا علمنا بأن الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة المدنية يساوي ٩ ل.س .

١٩ ـ استخدم طريقة تجزئة راس المال لحساب الفائدة التي ينتجها مبلغ قدره ١٧٤٢٠ ل.س خلال ٧٢ يوماً بمعدل ٥ر٤٪ سنوياً .

الفصل الثاني

الحسم البسيط

اولاً ـ مفهوم الاوراق التجارية :

يقوم التعامل التجاري بين رجال الاعمال والشركات على اصدار اوراق تجارية ذات طبائع قانونية تثبت الدين وتخضع لعمليات الحسم .

لنفرض أن أحمد اشترى من سعيد بضاعة بتاريخ ١٥ آذار بلغت قيمتها ٥٠٠٠٠ ل.س على أن تسدد قيمة تلك البضاعة بتاريخ ٣٠ ايلول . ينبغي على البائع الانتظار حتى تاريخ التسديد لكي يتسلم قيمة البضاعة المباعة ، ولكن قد يحتاج البائع سيولة نقدية قبل استحقاق دينه . في هذه الحالة ، يستطيع البائع اللجوء الى مصرفه بعد اعطاء دينه الممثل لثمن البضاعة المباعة شكلاً كتابياً قانونياً يتضمن اعتراف المدين بهذا الدين وتعهده بتسديده بتاريخ الاستحقاق . يحمل البائع الورقة التجارية المصدرة (سند أو سحب) الى مصرفه ويطلب منه حسمها ، أي استبدال بالدين الذي يستحق في المستقبل مبلغاً نقدياً يتسلمه فوراً ، وبالطبع ، لا يتسلم البائع كامل ثمن البضاعة أي ٥٠٠٠٠ ل.س من المصرف ، وانما يقتطع المصرف مبلغاً لقاء الفائدة عن المدة الواقعة بين تاريخ الحسم وتاريخ الاستحقاق ويضيف اليها العديد من النفقات ويتألف المبلغ الذي يقتطعه المصرف والمسمى العمولة الاجمالية (آجيو) من العناصر التالية :

١ ـ الحسم التجاري أو الحطيطة : ويمثل الاجر أو الفائدة الذي يحصل عليه المصرف لقاء دفع المبلغ قبل موعد استحقاقه .

٢ ـ العمولة : وتمثل قيمة الخدمات التي يؤديها المصرف ، تحسب العمولة عادة كنسبة مئوية او الفية من قيمة الورقة التجارية المحسومة بصرف النظر عن طول الفترة الفاصلة بين تاريخ اداء المبلغ واستحقاقه .

٣ ـ نفقات التحصيل : وتمثل العمولات الاضافية المفروضة على السندات المحصلة في أماكن ليس للمصرف فيها فرعاً أو ممثلا . وتحسب نفقات التحصيل بشكل نسبة مئوية أو الفية او تحدد بمبلغ مقطوع .

ثانياً : الحسم التجاري

يعرف الحسم التجاري (ح) بأنه الفائدة التي يتقاضاها المصرف محسوبة وفق معدل فائدة (م) عن القيمة الاسمية (قس) للورقة التجارية عن المدة (ى) التي تفصل تاريخ ايداع الورقة التجارية عن تاريخ استحقاقها ، وتمثل هذه الفترة مدة القرض الذي قدمه المصرف لمودع الورقة التجارية ، وبذلك يحسب الحسم التجاري وفق القانون التالي :

$$\text{ح} = \frac{\text{قس} \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠}$$

او

$$\text{ح} = \frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\text{ق}}$$

حيث يمثل ق القاسم $\frac{٣٦٠٠٠}{\text{م}}$

ويتبين من هذا القانون أن الحسم التجاري يتناسب طرداً مع القيمة الاسمية للورقة التجارية ومعدل الحسم ومدة الحسم .

مثال : حسم شخص بتاريخ ٢٦ آذار سنداً تجارياً قيمته الاسمية ٣٠٠٠٠ل.س يستحق الدفع في ٣١ ايار ، أوجد قيمة الحسم التجاري اذا علمت أن معدل الحسم ٩٪ . يساوي عدد الايام بين ٥/٣١ و ٣/٢٦ : ٦٦ يوماً .

نطبق القانون : $\text{ح} = \frac{٣٠٠٠٠ \times ٩ \times ٦٦}{٣٦٠٠٠} = ٤٩٥$ ل.س .

ولا بد من التنويه هنا بأن حساب الحسم التجاري يشبه تماماً حساب الفائدة البسيطة ، وبالتالي يمكن تطبيق الطرائق التجارية التي درسناها سابقاً لايجاد مبلغ الحسم .

ثالثاً : القيمة الحالية

بتطبيق مفهوم الفائدة البسيطة على الحسم التجاري ، يمكن أن يأخذ المثال العددي السابق صيغة اخرى ، ففي ٢٦ آذار يقرض المصرف حامل الورقة التجارية مبلغ ٣٠٠٠٠٠ ل.س حيث تسدد للمصرف بتاريخ ٣١ أيار مع فوائدها(٣٠٠٠٠٠+٤٩٥) في الواقع يحتجز المصرف مباشرة الحسم التجاري فيدفع لحامل الورقة التجارية مبلغ ٣٠٠٠٠٠ − ٤٩٥ = ٢٩٥٠٥ ل.س ثم يقوم المصرف فيما بعد بتاريخ ٣١ أيار بتحصيل الورقة التجارية من المدين . يسمى المبلغ الذي وضعه المصرف تحت تصرف حامل الورقة التجارية القيمة الحالية للورقة التجارية (قح) ويساوي الفرق بين القيمة الاسمية (قس) والحسم التجاري (ح) ، أي :

القيمة الحالية = القيمة الاسمية − الحسم التجاري

$$\text{قح} = \text{قس} - \text{ح}$$

وبتعويض ح بقيمته يكون :

$$\text{قح} = \text{قس} - \frac{\text{قس} \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠}$$

وبتوحيد المخارج :
$$\text{قح} = \frac{٣٦٠٠٠ \text{ قس} - \text{قس} \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠}$$

أو
$$\text{قح} = \text{قس} \frac{(٣٦٠٠٠ - \text{م} \times \text{ى})}{٣٦٠٠٠}$$

وباستخدام القاسم الثابت ق = $\frac{٣٦٠٠٠}{\text{م}}$ يكون :

$$\text{قح} = \text{قس} - \frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\text{ق}}$$

أو $$\text{قح} = \text{قس} - \frac{(\text{ق} - \text{ى})}{\text{ق}}$$

ويبدو واضحاً من العلاقات السابقة ، تناسب القيمة الحالية طرداً مع القيمة الاسمية وعكساً مع معدل الحسم ومدته . كما أن ارتباط القيمة الاسمية والقيمة الحالية ومعدل الحسم ومدته بعلاقة واحدة ، يمكن من حساب أي من هذه المقادير الأربعة بمعرفة ثلاثة منها ، أي :

الحسم التجاري $$\text{ح} = \frac{\text{قس} \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠}$$

القيمة الاسمية $$\text{قس} = \frac{\text{ح} \times ٣٦٠٠٠}{\text{م} \times \text{ى}}$$

معدل الحسم $$\text{م} = \frac{\text{ح} \times ٣٦٠٠٠}{\text{قس} \times \text{ى}}$$

مدة الحسم $$\text{ى} = \frac{\text{ح} \times ٣٦٠٠٠}{\text{قس} \times \text{م}}$$

وبمعرفة مدة الحسم نستطيع تحديد تاريخ الحسم اذا علمنا تاريخ استحقاق الورقة التجارية أو معرفة تاريخ الاستحقاق اذا علمنا تاريخ الحسم .

رابعاً : الحسم الحقيقي :

رأينا في المثال العددي السابق أن المصرف يقرض حامل الورقة التجارية بتاريخ ٢٦ آذار مبلغ ٢٩٥٠٥ ل.س الممثل للقيمة الحالية للورقة التجارية ، وأنه يتقاضى عن هذا القرض مبلغ الحسم المساوي ٤٩٥ ل.س ، أي أن الحسم التجاري قد حسب على أساس القيمة الاسمية وليس على أساس القيمة الحالية للورقة التجارية .

لذلك يبدو منطقياً ان يحسب مبلغ الحسم اعتماداً على المبلغ الذي يقرضه المصرف فعلاً والممثل للقيمة الحالية للورقة التجارية وليس على القيمة الاسمية للورقة التجارية كما هو شائع في الحياة المصرفية . ولهذا يجب التفريق بين نوعين من الحسم : الحسم التجاري المحسوب على أساس القيمة الاسمية ، والحسم الحقيقي المحسوب اعتماداً على القيمة الحالية .

يرتبط الحسم الحقيقي (ح َ) والقيمة الحالية الحقيقية (قح َ) والقيمة الاسمية (قس) للورقة التجارية ، بعلاقة المساواة التالية :

$$\text{قس} = \text{قح}' + \text{ح}'$$

ولكن الحسم الحقيقي ما هو الا فائدة القيمة الحالية الحقيقية أي المبلغ الفعلي الذي اقرضه المصرف ، اي :

$$\text{ح}' = \frac{\text{قح}' \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠}$$

وبالتعويض في العلاقة الاولى يكون :

$$\text{قس} = \text{قح}' + \frac{\text{قح}' \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠}$$

وبتوحيد المخارج :

$$\text{قس} = \frac{٣٦٠٠٠\ \text{قح}' + \text{قح}' \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠}$$

$$\text{او}\quad \text{قس} = \frac{\text{قح}' (٣٦٠٠٠ + \text{م} \times \text{ى})}{٣٦٠٠٠}$$

$$\text{ومنه}\quad \text{قح}' = \frac{٣٦٠٠٠ \times \text{قس}}{٣٦٠٠٠ + \text{م} \times \text{ى}}$$

وبالتعويض بالحسم الحقيقي $\text{ح}' = \dfrac{\text{قح}' \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠}$ ، يكون :

$$\text{ح}' = \frac{٣٦٠٠٠ \times \text{قس}}{٣٦٠٠٠ + \text{م} \times \text{ى}} \times \frac{\text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠}$$

وبالاختصار : $\text{ح}' = \dfrac{\text{قس} \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠ + \text{م} \times \text{ى}}$

ومن الممكن الوصول الى هذه النتيجة من العلاقة :

$$\text{ح}' = \text{قس} - \text{قح}'$$

$$\text{ح}' = \text{قس} - \frac{٣٦٠٠٠ \times \text{قس}}{٣٦٠٠٠ + \text{م} \times \text{ى}}$$

$$\text{ح}' = \text{قس} \left(١ - \frac{٣٦٠٠٠}{٣٦٠٠٠ + \text{م} \times \text{ى}} \right)$$

$$\text{ح}' = \text{قس} \left(\frac{٣٦٠٠٠ + \text{م} \times \text{ى} - ٣٦٠٠٠}{٣٦٠٠٠ + \text{م} \times \text{ى}} \right)$$

$$\text{ح}' = \frac{\text{قس} \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠ + \text{م} \times \text{ى}}$$

وهي النتيجة السابقة ذاتها .

مثال : اوجد الحسم الحقيقي لسند قيمته الاسمية ٣٠٠٠٠ ل.س حسم بتاريخ ٢٦ آذار ، علماً بأن تاريخ الاستحقاق ٣١ أيار ، وان معدل الحسم ٩٪ .

نطبق القانون الاخير :

$$\text{ح}' = \frac{\text{قس} \times \text{م} \times \text{ى}}{٣٦٠٠٠ + \text{م} \times \text{ى}}$$

$$\text{ح}' = \frac{٣٠٠٠٠ \times ٩ \times ٦٦}{٣٦٠٠٠ + ٩ \times ٦٦} = ٤٨٦{,}٩٦ \ \text{ل.س}$$

ونلاحظ أن الحسم الحقيقي ٤٨٦ر٩٦ ل.س يقل عن الحسم التجاري ٤٩٥ ل.س المحسوب سابقا .

أما القيمة الحالية الحقيقية قحَ فتساوي :

$$\text{٣٠٠٠٠} - \text{٤٨٦ر٩٦} = \frac{\text{٣٦٠٠٠} \times \text{٣٠٠٠٠}}{\text{٣٦٠٠٠} + \text{٩} \times \text{٦٦}} = \text{٢٩٥١٣ر٠٤}$$

هذا ويمكن التعبير عن القيمة الحقيقية الحالية والحسم الحقيقي بواسطة القاسم الثابت على النحو التالي :

$$\text{قحَ} = \frac{\text{٣٦٠٠٠ قس}}{\text{٣٦٠٠٠} + \text{م} \times \text{ى}}$$

وبقسمة الصورة والمخرج على م ، يكون :

$$\text{قحَ} = \frac{\dfrac{\text{٣٦٠٠٠}}{\text{م}}\ \text{قس}}{\dfrac{\text{٣٦٠٠٠}}{\text{م}} + \dfrac{\text{م} \times \text{ى}}{\text{م}}}$$

$$\text{قحَ} = \frac{\text{ق} \times \text{قس}}{\text{ق} + \text{ى}}$$

أما بالنسبة للحسم الحقيقي فيكون :

$$\text{حَ} = \frac{\text{قس} \times \text{م} \times \text{ى}}{\text{٣٦٠٠٠} + \text{م} \times \text{ى}}$$

$$\text{حَ} = \frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\dfrac{\text{٣٦٠٠٠}}{\text{م}} + \text{ى}}$$

$$\text{حَ} = \frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\text{ق} + \text{ى}}$$

خامساً : العلاقة بين الحسم التجاري والحسم الحقيقي :

يمثل الحسم التجاري (ح) الفائدة البسيطة التي معدلها (م) على القيمة الاسمية (قس) خلال مدة الحسم (ى) . اما الحسم الحقيقي (حَ) فيمثل الفائدة البسيطة التي معدلها (م) على القيمة الحالية الحقيقية (قحَ) خلال مدة الحسم (ى) .

وبما أن القيمة الاسمية (قس) أكبر من القيمة الحالية الحقيقية (قحَ) فان الحسم التجاري (ح) سيكون اكبر من الحسم الحقيقي (حَ) ، أي :

$$\text{ح} > \text{ح}'$$

او

$$\frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\text{ق}} > \frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\text{ق} + \text{ى}}$$

نتيجة لذلك ، فان القيمة الحالية (قح) تقل عن القيمة الحالية الحقيقية (قحَ) اي أن المصرف الذي يحسم تجارياً يقرض أقل من المصرف الذي يحسم حقيقياً (بالطبع في حال تساوي القيمة الاسمية ومعدل ومدة الحسم) . ويمكن حساب الفرق بين الحسم التجاري والحسم الحقيقي على النحو التالي :

نوحـد المخارج ،

$$\text{ح} - \text{ح}' = \frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\text{ق}} - \frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\text{ق} + \text{ى}}$$

$$\text{ح} - \text{ح}' = \frac{\text{قس} \times \text{ى} \,(\text{ق} + \text{ى}) - \text{ق}\,(\text{قس} \times \text{ى})}{\text{ق}\,(\text{ق} + \text{ى})}$$

$$\text{ح} - \text{ح}' = \frac{\text{قس} \times \text{ى}\,[\text{ق} + \text{ى} - \text{ق}]}{\text{ق}\,(\text{ق} + \text{ى})} = \frac{\text{قس} \times \text{ى}^{2}}{\text{ق}\,(\text{ق} + \text{ى})}$$

$$\text{ح} - \text{ح}' = \frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\text{ق} + \text{ى}} \times \frac{\text{ى}}{\text{ق}}$$

$$\text{ح} - \text{ح}' = \text{ح}' \times \frac{\text{ى}}{\text{ق}}$$

اي أن الفرق بين الحسم التجاري والحسم الحقيقي يمثل الفائدة البسيطة (أو الحسم التجاري) للحسم الحقيقي حَ للورقة التجارية .

ويمكن أن نكتب الفرق بين الحسمين على الشكل التالي :

$$ح - حَ = \frac{قس \times ى}{ق} \times \frac{ى}{ق + ى}$$

$$ح - حَ = ح \times \frac{ى}{ق + ى}$$

اي أن الفرق بين الحسم التجاري والحسم الحقيقي يمثل الحسم الحقيقي للحسم التجاري للورقة التجارية .

مثال : ما هو الفرق بين الحسم التجاري والحسم الحقيقي لسند قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ ل.س يستحق بعد ٤٠ يوماً ، وحسم بمعدل يساوي ٩٪ .

الحسم التجاري : $ح = \frac{قس \times ى}{ق} = \frac{١٠٠٠٠ \times ٤٠}{٤٠٠٠} = ١٠٠$ ل.س

الحسم الحقيقي : $حَ = \frac{قس \times ى}{ق + ى} = \frac{١٠٠٠٠ \times ٤٠}{٤٠٠٠ + ٤٠} = ٩٩$ ل.س

اي أن الفرق بين الحسمين ح ـ حَ = ١٠٠ ـ ٩٩ = ١ ليرة سورية .

تطبيقات عمليـة

١ ـ بتاريخ ٢٥ أيلول ، حسم سند قيمته الاسمية ٤٥٠٠ ل.س ويستحق الدفع بتاريخ ٢/٣١ فاذا علمت ان معدل الحسم ٨٪ ، فأوجد الحسم التجاري والحقيقي والقيمة الحالية التجارية والحقيقية .

٢ ـ بتاريخ ٣١ آب حسمت ثلاثة سندات القيمة الاسمية لكل منها ٦٦٠٠ ل.س يبلغ مقدار الحسم ٢٨٠ر٥٠ ل.س ومعدله ٨ر٥٪ . أوجد تاريخ استحقاق السند الثالث اذا علمت أن تاريخ استحقاق السند الاول ٣٠ ايلول وان مبلغ حسم السند الثاني يساوي ٩٣ر٥ ل.س .

٣ ـ بين ان الحسم التجاري (ح) والحسم الحقيقي (حَ) والقيمة الاسمية (قس) تحقق العلاقة :

$$\frac{1}{\text{حَ}} - \frac{1}{\text{ح}} = \frac{1}{\text{قس}}$$

تطبيق عددي : يستحق سند تجاري قيمته الاسمية (قس) بعد ٤٠ يوماً . يبلغ مجموع حسمه التجاري وحسمه الحقيقي ٩٠ر٥٠ ل.س ، كما أن جداء هذين الحسمين يساوي ٢٠٤٧ر٥ ل.س . أوجد القيمة الاسمية للسند ، ثم معدل الحسم .

٤ ـ حسم سند قيمته الاسمية ١٦٣٨٠ ل.س تجارياً بمعدل ٨٪ ، فلو حسم السند حقيقياً لقل مقدار الحسم بمبلغ ٢ ل.س عن الحسم التجاري . أوجد تاريخ استحقاق السند اذا علمت ان تاريخ الحسم هو ١٠/١٨ .

٥ ـ حسمت ثلاثة سندات تشكل قيمها الاسمية متوالية عددية بمعدل ٩٪ بتاريخ ٥/١٨ ، فاذا بلغت مدة استحقاق كل من السندات الثلاثة ٣٦ يوماً فسيكون مجموع القيم الحالية ١٧٨٣٨ ل.س والقيمة الاسمية للسند الاول ٧٠٠٠ ل.س. أما اذا شكلت مدد حسم السندات الثلاثة متوالية هندسية حدها الاول ٣٦ فسيبلغ مقدار الحسم الكلي ٢٤٥ر٢٥ ل.س . حدد القيمة الاسمية للسندين الثاني والثالث، وتواريخ استحقاق السندات الثلاثة .

٦ ــ يستحق سند قيمته الاسمية (ق) في ٣/٣ ، فاذا زاد الحسم التجاري بمقدار ٥ر. ل.س عن الحسم الحقيقي ، فما هي القيمة الاسمية للسند علماً بأن معدل الحسم يساوي ٥ر٧٪ وان تاريخ الحسم ١/٢٢ .

٧ ــ بتاريخ ٦/٣٠ ازداد الحسم التجاري لسند عن حسمه الحقيقي بمقدار ٦ر. ل.س ، أوجد تاريخ استحقاق السند علماً بأن قيمته الاسمية ١٥٠٣٠٠ ل.س وان معدل الحسم ٣٪.

٨ ــ يبلغ الفرق بين الحسم التجاري والحسم الحقيقي لسند ٣ر. ل.س كما يساوي مجموع مربعي هذين الحسمين ٩ر١٧٨٢٠٠ ل.س ، فما هي القيمة الاسمية للسند .

الفصل الثالث

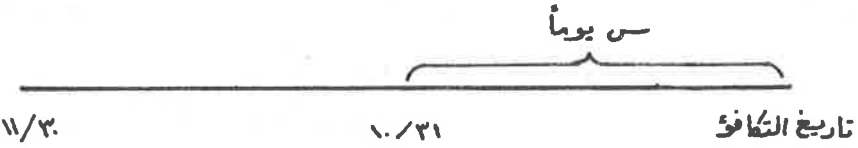
تكافــؤ الســندات

اولاً : مفهوم تكافؤ السندات :

لنفرض أن لدينا سندين تجاريين ، تساوي القيمة الاسمية للأول ٩٨٤٠ ل.س ويستحق في ١٠/٣١ ، وتساوي القيمة الاسمية للثاني ٩٩٠٠ ل.س ويستحق في ١١/٣٠ وأن معدل الحسم الجاري ٢ر٧٪ . نستطيع ايجاد القيمة الحالية التجارية (بالاعتماد على مفهوم الحسم التجاري) لكل من هذين السندين بتاريخ معين . فاذا تمكنا من ايجاد تاريخ ما ، تكون فيه القيمتان الحاليتان للسندين متساويتين ، فاننا نقول ان هذين السندين متكافئان ، وأن التاريخ المذكور هو تاريخ التكافؤ .

من مقارنة تاريخ استحقاق السندين السابقين ، نستطيع ملاحظة أن تاريخ التكافؤ سيكون قبل ١٠/٣١ أي قبل تاريخ استحقاق السند الاول ، ذلك لأن تكافؤ السندات يتطلب أن تكون السندات المتكافئة غير مستحقة بعد .

لنفرض أن عدد الايام الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق السند الاول هو (س) ، فيكون عدد الايام التي تفصل بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق السند



الثاني (س + ٣٠) يوماً . نلاحظ أنه بتاريخ تكافؤ السندين ، تتساوى قيمتاهما الحاليتان ، وباستخدام العلاقة :

$$\text{قح} = \text{قس} - \frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\text{ق}}$$ يكون

$$٩٨٤٠ - \frac{٩٨٤٠ \times س}{٥٠٠٠} = ٩٩٠٠ - \frac{٩٩٠٠ (س + ٣٠)}{٥٠٠٠}$$

$$٩٨٤٠ - ١ر٩٦٨\ س = ٩٩٠٠ - ١ر٩٨\ (س + ٣٠)$$

$$٩٨٤٠ - ١ر٩٦٨\ س = ٩٩٠٠ - ١ر٩٨\ س - ٥٩ر٤٠$$

$$١ر٩٨\ س - ١ر٩٦٨\ س = ٩٩٠٠ - ٩٨٤٠ - ٥٩ر٤٠$$

$$٠ر٠١٢\ س = ٠ر٦$$

$$س = \frac{٠ر٦}{٠ر٠١٢} = ٥٠\ يوما\ .$$

اي ان تاريخ تكافؤ السندين يقع ٥٠ يوماً قبل ١٠/٣١ اي في ٩/١١ . ويمكن التأكد أن القيمة الحالية لكل من السندين المذكورين تساوي ٩٧٤١ر٦٠ ل.س بتاريخ ٩/١١ .

هذا ومن المفيد التذكير بالملاحظات التالية في مجال تكافؤ السندات :

١ ـ يسبق تاريخ تكافؤ سندين (ان وجد) تاريخ السند ذي الاستحقاق الأقرب .

٢ ـ لكي يكون للبحث عن تاريخ تكافؤ السندات مغزى مفيداً ، يجب أن يكون تاريخ تكافؤ السندين لاحقاً لتاريخ اصدارهما .

٣ ـ يمكن الا يتكافأ السندان ، أي الا تتساوى قيمتاهما الحاليتان في تاريخ محدد .

٤ ـ يمكن أن يكون للسندين أكثر من تاريخ واحد للتكافؤ ، كأن تتساوى القيمتان الاسميتان وتاريخي استحقاق السندين .

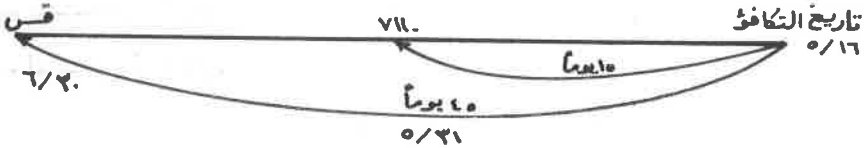
ثانياً : الحالات العملية لتكافؤ السندات :

في المثال العددي السابق ، تمكنا من ايجاد تاريخ تكافؤ السندين لان خصائصهما كانت معلومة (معدل الحسم ، مدة الحسم ، القيمة الاسمية) . وفي الواقع ، على الرغم من اعتماد حالات تكافؤ السندات على مبدأ تساوي القيمتين الحاليتين

للسندات ، فان هذه الحالات تأخذ عملياً اشكالاً مختلفة نوضحها على ضوء دراسة الحالات التالية :

ا ــ الحالة الاولى : استبدال سند تجاري بآخر بتاريخ تكافؤ معين :

حرر احمد على سعيد سنداً بمبلغ ٧١١٠ ل.س يستحق الدفع في ٣١ أيار وقد لاحظ سعيد بتاريخ ١٦ أيار أنه لن يكون قادراً على تسديد دينه في تاريخ استحقاق السند فطلب من احمد استبدال سند يستحق في ٣٠ حزيران بسنده الأول . فما هي القيمة الاسمية للسند الجديد باعتبار أن معدل الحسم يساوي ١٠٪ .



يعتمد ايجاد القيمة الاسمية للسند الجديد على افتراض ان تاريخ اتخاذ قرار استبدال السند الثاني بالسند الاول هو تاريخ التكافؤ ، وأن القيمة الحالية للسندين متكافئة بتاريخ ٥/١٦ ، فاذا رمزنا بـ (قس) للقيمة الاسمية التي نبحث عنها فيكون حسب القانون :

$$\text{قح} = \text{قس} \frac{\text{ق} - \text{ي}}{\text{ق}}$$

$$٧١١٠ \frac{٣٦٠٠٠ - ١٥}{٣٦٠٠٠} = \text{قس} \frac{٣٦٠٠٠ - ٤٥}{٣٦٠٠٠}$$

$$\text{قس} = \frac{٧١١٠ \times ٣٥٨٥}{٣٥٥٥} = ٧١٧٠ \text{ ل.س}$$

ويمكن أن تؤول هذه الحالة الى استبدال سند تجاري بآخر قيمته الاسمية تساوي القيمة الاسمية للسند الاول (٧١١٠ ل.س) مضافاً اليها فائدة هذه القيمة بمعدل ١٠٪ لمدة ٣٠ يوماً (من ٥/٣١ الى ٦/٣٠) ، أي أن القيمة الاسمية للسند الجديد تساوي :

$$٧١١٠ + \frac{٧١١٠ \times ٣٠}{٣٦٠٠٠} = ٧١٦٩٫٢٥$$

وتقارب هذه النتيجة ما حصلنا عليه سابقاً .

لنقم الآن بتعديل تاريخ تكافؤ السندين فنفترض أن هذا التاريخ يقع في ٥/٣١ بدلاً من ٥/١٦ . بعد هذا التعديل ، نستطيع كتابة المساواة التالية :

$$٧١١٠ = \text{قس} - \frac{\text{قس} \times ٣٠}{٣٦٠٠٠}$$

القيمة الحالية في ٥/٣١

للسند المستحق في ٥/٣١

$$٧١١٠ = \text{قس} \left(١ - \frac{٣٠}{٣٦٠٠} \right)$$

$$٧١١٠ = \text{قس} \left(١ - \frac{١}{١٢٠} \right)$$

$$٧١١٠ = \text{قس} \left(\frac{١١٩}{١٢٠} \right)$$

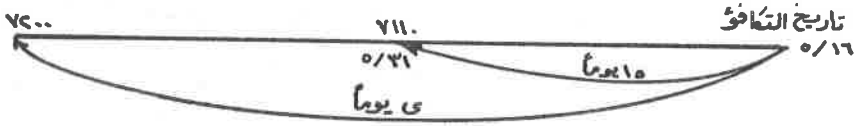
$$\text{قس} = \frac{٧١١٠ \times ١٢٠}{١١٩} = ٧١٦٩٫٧٥$$

ونلاحظ هنا أن اختيار تاريخ التكافؤ يؤثر بصورة طفيفة على القيمة الاسمية للسند (٧١٦٩٫٧٥ بتاريخ التكافؤ ٥/٣١) بدلاً من (٧١٧٠ بتاريخ التكافؤ ٥/١٦).

٢ ـ الحالة الثانية : استبدال سند تجاري بآخر قيمته الاسمية معينة :

ضمن اطار ارقام المثال الوارد في الحالة الاولى ، قد يقترح سعيد على احمد أن يستبدل سنداً قيمته الاسمية ٧٢٠٠ ل.س بالسند الذي قيمته الاسمية ٧١١٠

وتاريخ استحقاقه ٣١ أيار على أن يحدد تاريخ الاستحقاق الجديد . وبالطبع فان هذه الحالة أقل شيوعاً عملياً من الحالة الاولى . تمثل هذه الحالة كما يلي :



ليكن (ى) عدد الأيام الذي يفصل تاريخ التكافؤ (٥/١٦) عن تاريخ الاستحقاق الذي نبحث عنه . تمثل المساواة بين القيمتين الحاليتين للسندين بالعلاقة :

$$٧١١٠ \frac{٣٦٠٠ - ١٥}{٣٦٠٠} = ٧٢٠٠ \frac{٣٦٠٠ - ى}{٣٦٠٠}$$

$$٣٦٠٠ - ى = \frac{٧١١٠ \times ٣٥٨٥}{٧٢٠٠} \# ٣٥٤٠$$

$$ى = ٣٦٠٠ - ٣٥٤٠ = ٦٠ \text{ يوماً}$$

اي يقع تاريخ استحقاق السند الجديد بعد ٦٠ يوماً من تاريخ التكافؤ ، أي بتاريخ ١٥ تموز .

٣ ـ الحالة الثالثة : استبدال سند واحد بعدة سندات بتاريخ تكافؤ معين :

حرر عدنان لأمر سعيد ثلاثة سندات :

القيمة الاسمية للاول ١٠٠٠ ل.س ويستحق في ١٠/٣١
القيمة الاسمية للثاني ٣٠٠٠ ل.س ويستحق في ١١/٣٠
القيمة الاسمية للثالث ٢٠٠٠ ل.س ويستحق في ١٢/٣١

وبتاريخ ٩/٦ طلب عدنان من سعيد استبدال سند وحيد يستحق في ١٢/١٥ بهذه السندات ، فما هي القيمة الاسمية لهذا السند اذا كان معدل الحسم ٩٪ .

يؤول ايجاد القيمة الاسمية للسند الى افتراض أن القيمة الحالية للسند الوحيد في تاريخ التكافؤ تساوي لمجموع القيم الحالية للسندات المستبدلة .

لنحسب أولا عدد الايام الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتواريخ الاستحقاق :

من ٩/٦ وحتى ١٠/٣١ هناك ٥٥ يوماً .

من ٩/٦ وحتى ١١/٣٠ هناك ٨٥ يوماً .

من ٩/٦ وحتى ١٢/٣١ هناك ١١٦يوماً .

من ٩/٦ وحتى ١٢/١٥ هناك ١٠٠يوماً .

وبافتراض أن (قس) هي القيمة الاسمية للسند ، يكون :

$$\frac{\text{قس}\ (٤٠٠٠ - ١٠٠)}{٤٠٠٠} = \frac{١٠٠٠\ (٤٠٠٠ - ٥٥)}{٤٠٠٠} + \frac{٣٠٠٠\ (٤٠٠٠ - ٨٥)}{٤٠٠٠} + \frac{٢٠٠٠\ (٤٠٠٠ - ١١٦)}{٤٠٠٠}$$

$$٣٩٠٠\ \text{قس} = ٣٩٤٥٠٠٠ + ١١٧٤٥٠٠٠ + ٧٧٦٨٠٠٠ = ٢٣٤٥٨٠٠٠$$

$$\text{قس} = \frac{٢٠٤٥٨٠٠٠}{٣٩٠٠} = ٦٠١٤ر٨٧\ \text{ل.س}$$

هذا ويمكن استخدام الطريقة العملية التالية المطبقة على أرقام المثال السابق :

القيمة الاسمية للسندات	تاريخ الاستحقاق	عدد الايام بالنسبة لـ ١٢/١٥		معدل الحسم ٩٪	
		موجب	سالب	فائدة	حسم
١٠٠٠	١٠/٣١	٤٥		١١ر٢٥	
٣٠٠٠	١١/٣٠	١٥		١١ر٢٥	
٢٠٠٠	١٢/٣١		١٦		٨
المجموع				٢٢ر٥٠	٨

اي أن الفرق بين الفوائد والحسم يساوي ٢٢ر٥ ـ ٨ = ١٤ر٥

وبالتالي تزيد القيمة الاسمية للسند الوحيد عن مجموع القيم الاسمية للسندات الثلاثة بمبلغ ١٤ر٥ ل.س اي أن القيمة الاسمية للسند :

$$١٠٠٠ + ٣٠٠٠ + ٢٠٠٠ + ١٤ر٥ = ٦٠١٤ر٥$$

ونلاحظ هنا أن تاريخ التكافؤ هو تاريخ استحقاق السند الوحيد ١٢/١٥ ، لذلك حصلنا كما هو متوقع على نتيجة مختلفة بصورة طفيفة عن النتيجة السابقة لأخذنا في السابق ٩/٦ كتاريخ للتكافؤ .

الحالة الرابعة : استبدال سند وحيد ذي قيمة اسمية معينة بعدة سندات :

آ ـ القيمة الاسمية للسند تختلف عن مجموع القيم الاسمية للسندات :

يمكن أيضاً للمدين أن يستبدل سنداً وحيداً قيمته الاسمية معينة ولتكن ٥٩٨٠ ل.س بالسندات الثلاثة ، على أن يحدد تاريخ الاستحقاق وفق معدل الحسم ذاته ٩٪ .

ليكن (ى) عدد الايام الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ التكافؤ ٩/٦ . نستطيع اذن كتابة علاقة التكافؤ التالية :

$$\frac{٥٩٨٠\ (٤٠٠٠ - ى)}{٤٠٠٠} = \frac{١٠٠٠\ (٤٠٠٠ - ٥٥)}{٤٠٠٠} + \frac{٣٠٠٠\ (٤٠٠٠ - ٨٥)}{٤٠٠٠} + \frac{٢٠٠٠\ (٤٠٠٠ - ١١٦)}{٤٠٠٠}$$

$$(٤٠٠٠ - ى) = \frac{٢٣٤٥٨٠٠٠}{٥٩٨٠} = ٣٩٢٣$$

ومنه ، ى = ٤٠٠٠ − ٣٩٢٣ = ٧٧ يوماً

وبالتالي فان تاريخ استحقاق السند الوحيد سيكون بعد ٧٧ يوماً من ٩/٦ اي بتاريخ ١١/٢٢ .

ب ـ القيمة الاسمية للسند تساوي مجموع القيم الاسمية للسندات :

عند استبدال بالسندات الثلاثة سنداً واحداً ، حصلنا على سند قيمته الاسمية ٦٠١٤ر٥ ثم ٥٩٨٠ ل.س ، وتقترب القيمتان من القيمة الاسمية لمجموع السندات الثلاثة (٦٠٠٠) لذلك يمكن استبدال بالسندات الثلاثة سنداً وحيدا تساوي قيمته الاسمية مجموع القيم الاسمية للسندات اي ٦٠٠٠ ل.س ، على أن نحدد تاريخ الاستحقاق المتوسط لهذا السند .

وبكتابة المساواة بين القيمة الحالية لمجموع السندات والقيمة الحالية للسند الوحيد بافتراض أن (ى) تمثل عدد الايام التي تفصل ٩/١٦ عن تاريخ الاستحقاق الذي نبحث عنه وذلك بتطبيق العلاقة :

$$\text{قح} = \text{قس} - \frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\text{ق}}$$

$$٦٠٠٠ - \frac{٦٠٠٠ \times \text{ى}}{٤٠٠٠} = ١٠٠٠ - \frac{١٠٠٠ \times ٥٥}{٤٠٠٠} + ٣٠٠٠ - \frac{٣٠٠٠ \times ٨٥}{٤٠٠٠} + ٢٠٠٠ - \frac{٢٠٠٠ \times ١١٦}{٤٠٠٠}$$

$$\frac{٦٠٠٠ \times \text{ى}}{٤٠٠٠} = \frac{١٠٠٠ \times ٥٥}{٤٠٠٠} + \frac{٣٠٠٠ \times ٨٥}{٤٠٠٠} + \frac{٢٠٠٠ \times ١١٦}{٤٠٠٠}$$

$$٦٠٠٠ \times \text{ى} = ١٠٠٠ \times ٥٥ + ٣٠٠٠ \times ٨٥ + ٢٠٠٠ \times ١١٦$$

$$٦٠٠٠ \times \text{ى} = ٥٥٠٠٠ + ٢٥٥٠٠٠ + ٢٣٢٠٠٠$$

$$\text{ى} = \frac{٥٥٠٠٠ + ٢٥٥٠٠٠ + ٢٣٢٠٠٠}{٦٠٠٠} = ٩٠\text{ر}٣٣ \text{ يوماً}$$

وهكذا فان تاريخ استحقاق السند يقع بعد ٩١ يوماً من تاريخ التكافؤ ٩/١٦ ، اي بتاريخ ١٢/٦ . ويسمى هذا التاريخ بتاريخ الاستحقاق المتوسط .

وبعد أعطاء مثال عددي عن أيجاد تاريخ الاستحقاق المتوسط ، سندرس الصيغة العامة لايجاد هذا التاريخ ، لنفرض أننا نريد استبدال بعدد من السندات ، حيث :

قيمتها الاسمية : $\text{قس}_{١} \quad \text{قس}_{٢} \quad \cdots \quad \text{قس}_{ر}$

وتواريخ استحقاقها : $\text{ى}_{١} \quad \text{ى}_{٢} \quad \cdots \quad \text{ى}_{ر}$

سنداً واحداً قيمته الاسمية (قس) ويستحق بعد (ى) يوماً .

بتاريخ الاستحقاق المتوسط (ى) تتحقق المساواة التالية بين القيمة الحالية للسند ومجموع القيم الحالية للسندات المستبدلة ، أي :

$$\text{قس} - \frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\text{ق}} = \text{قس}_{١} - \frac{\text{قس}_{١} \times \text{ى}_{١}}{\text{ق}} + \text{قس}_{٢} - \frac{\text{قس}_{٢} \times \text{ى}_{٢}}{\text{ق}} + \cdots$$

$$+ \text{قس}_{ر} - \frac{\text{قس}_{ر} \times \text{ى}_{ر}}{\text{ق}}$$

وبالنظر الى البحث عن تاريخ الاستحقاق المتوسط ، فان القيمة الاسمية للسند تساوي مجموع القيم الاسمية للسندات المستبدلة ، أي :

$$\text{قس} = \text{قس}_{١} + \text{قس}_{٢} + \cdots + \text{قس}_{ر}$$

لهذا تصبح المساواة بين القيم الاسمية كالتالي :

$$\text{قس} \times \text{ى} = \text{قس}_{١} \times \text{ى}_{١} + \text{قس}_{٢} \times \text{ى}_{٢} + \cdots + \text{قس}_{ر} \times \text{ى}_{ر}$$

$$\text{أو} \quad \text{ى} = \frac{\text{قس}_{١} \times \text{ى}_{١} + \text{قس}_{٢} \times \text{ى}_{٢} + \cdots + \text{قس}_{ر} \times \text{ى}_{ر}}{\text{قس}}$$

ونلاحظ أن معدل الحسم لا يتدخل في هذه الصيغة ، بمعنى أن تاريخ الاستحقاق المتوسط لا يتأثر بمعدل الحسم .

ومن جهة ثانية ، توضح العلاقة :

$$\frac{\text{قس} \times \text{ى}}{\text{ق}} = \frac{\text{قس}_{1} \times \text{ى}_{1}}{\text{ق}} + \frac{\text{قس}_{2} \times \text{ى}_{2}}{\text{ق}} + \cdots + \frac{\text{قس}_{\text{ن}} \times \text{ى}_{\text{ن}}}{\text{ق}}$$

ان مبلغ الحسم على السند الوحيد يساوي مجموع مبالغ الحسوم على السندات المستبدلة .

أخيراً يمكن البرهان على أن تاريخ الاستحقاق المتوسط لا يتأثر بالتاريخ المتخذ أساساً في كتابة تاريخ التكافؤ ، وتبيان ذلك ، لنفرض أن تاريخ التكافؤ يقع بعد (أو قبل) (و) يوماً من التاريخ المعتمد سابقاً ، فيقع تاريخ استحقاق السند الوحيد بعد (أو قبل) (ى َ) يوماً من تاريخ التكافؤ الجديد ، اي :

$$\text{ى}' = \frac{\text{قس}_{1}(\text{ى}_{1} - \text{و}) + \text{قس}_{2}(\text{ى}_{2} - \text{و}) + \cdots + \text{قس}_{\text{ر}}(\text{ى}_{\text{ر}} - \text{و})}{\text{قس}_{1} + \text{قس}_{2} + \cdots + \text{قس}_{\text{ر}}}$$

أو أيضا :

$$\text{ى}' = \frac{\text{قس}_{1}\,\text{ى}_{1} + \text{قس}_{2}\,\text{ى}_{2} + \cdots + \text{قس}_{\text{ن}}\,\text{ى}_{\text{ن}} - \text{و}\,(\text{قس}_{1} + \text{قس}_{2} + \cdots + \text{قس}_{\text{ر}})}{\text{قس}_{1} + \text{قس}_{2} + \cdots + \text{قس}_{\text{ر}}}$$

$$\text{ى}' = \frac{\text{قس}_{1}\,\text{ى}_{1} + \text{قس}_{2}\,\text{ى}_{2} + \cdots + \text{قس}_{\text{ر}}\,\text{ى}_{\text{ر}}}{\text{قس}} - \text{و}$$

$$\text{ى}' = \text{ى} - \text{و}$$

وهذا يبرهن على أن تاريخ الاستحقاق المتوسط هو ذات التاريخ الذي حصلنا عليه سابقاً . وبالتالي فان تاريخ الاستحقاق المتوسط لا يتعلق بالتاريخ المتخذ اساساً في كتابة تاريخ التكافؤ .

تطبيقات عمليــة

١ ـ استبدل تاجر بأربعة سندات :

القيمة الاسمية للاول ١٥٠٠٠ ل.س ويستحق في ٩/١٠
والقيمة الاسمية للثاني ٣٠٠٠٠ ل.س ويستحق في ٩/١٥
والقيمة الاسميةللثالث ٥٠٠٠ ل.س ويستحق في ٩/٢٠
والقيمة الاسمية للرابع ١٢٠٠٠ ل.س ويستحق في ٩/٣٠

سنداً وحيداً قيمته الاسمية ٣٦٠٠٠ ل.س ، فما هو تاريخ استحقاق هــذا السند علماً بأن معدل الحسم ٥٪ .

٢ ـ اوجد تاريخ الاستحقاق الوسطي للسندات الثلاثة التالية :

القيمة الاسمية للسند الاول ٢٥٠٠ ل.س ويستحق في ٥/١٥
والقيمة الاسمية للسند الثاني ٤٢٠٠ ل.س ويستحق في ٦/١٠
والقيمة الاسمية للسند الثالث ١٢٠٠٠ ل.س ويستحق في ٧/٣١

اذا علمت أن معدل الحسم يساوي ٨٪ .

٣ ـ اتفق تاجر مع مصرفه استبدال سندين يستحق الاول في ٣/٢١ والثاني في ٥/١٤ بسند يستحق في ٤/٣٠ وقيمته الاسمية ١٠٨٠٠ ل.س ، فما هي القيمة الاسمية لكل من السندين .

٤ ـ استبدل تاجر ثلاثة سندات تشكل قيمها الاسمية متوالية عددية متزايدة تستحق على التوالي في (١٩٨٠/٣/١) ، (٦/١) ، (٩/١) بسند قيمته الاسمية ١٢٠٠٠ ل.س ويستحق في ٧/١ . ما هي القيمة الاسمية لكل من هذه السندات اذا كان مجموع قيمتها الاسمية يساوي ١٢٠٠٠ ل.س (تحسب الاشهر على اساس ٣٠ يوماً لكل شهر) .

٥ ـ استبدل تاجر سنداً يستحق بعد ٣٠ يوماً بثلاثة سندات : قيمة الاول ٤٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٢٠ يوماً ، وقيمة الثاني ٦٠٠٠ ل.س ويستحق بعـد

٣٢ يوماً ، وقيمة الثالث ٥٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٦٠ يوماً . ما هي القيمة الاسمية للسند اذا كان معدل الحسم ٥ر٤٪ .

٦ ــ حسم سند يستحق الدفع في ٦/٣٠ بتاريخ ٥/١٩ بمعدل حسم ٢ر٩٪ ، وقد حسم سند آخر له تاريخ الاستحقاق ذاته بتاريخ ٦/٢ بمعدل حسم ٥ر٩٪ . فاذا بادلنا معدلي الحسم فسيبقى مجموع القيمة الخالية للسندين بدون تغيير . أوجد القيمة الاسمية لكل من السندين علماً بأن مجموع هاتين القيمتين يساوي ٨٥٠٠٠ ل.س .

٧ ــ تبلغ القيمة الحالية في ٢٥ آب لسند محسوم تجارياً بمعدل ٩٪ ، ٧٨٦٨ ل.س ، فاذا حسم السند ٣٠ يوماً قبل استحقاقه فان مبلغ الحسم سينخفض بمقدار ٧٢ ل.س عن مبلغ الحسم في الحالة الاولى . أوجد القيمة الاسمية للسند وتاريخ استحقاقه .

٨ ــ ما هو تاريخ تكافؤ السند الذي قيمته الاسمية ٧٨٠٠ ل.س ويستحق الدفع في ٥/٣١ مع السند الذي قيمته الاسمية ٧٨٨٠ ل.س ويستحق الدفع في ٧/١٠ اذا كان معدل الحسم ٩٪ .

٩ ــ في الاول من آذار ، استبدل سند يستحق الدفع في ١٥ أيار بسند يستحق الدفع في ٣١ آذار بمعدل حسم ١٠٪ . فاذا بلغت القيمة الاسمية للسند ١٠٧١٠ ، فما هي القيمة الاسمية للسند المستحق في ٣١ آذار .

١٠ ــ بتاريخ ٢٦ نيسان ، قدم شخص سندان للحسم بمعدل حسم واحد . وقد أعطى المصرف للشخص المبلغ الصافي نفسه لكل من السندين ، فاذا علمنا بأن القيمة الاسمية للسند الاول تساوي ٧٣٧٠ ل.س واستحقاقه بتاريخ ٥/٣١ ، وان القيمة الاسمية للسند الثاني ٧٤٣٠ ل.س واستحقاقه بتاريخ ٦/٣٠ ، فما هو معدل الحسم .

الفصل الرابع

الحسابات الجارية وحسابات الفوائد

اولاً : مفهوم الحسابات الجارية :

تستخدم الحسابات الجارية بين تاجرين او مصرفين أو بين تاجر ومصرف ، وقد شاع استعمال الحسابات الجارية بين الافراد والمؤسسات الادخارية كصناديق توفير البريد .

تسجل في الحساب الجاري العمليات الجارية بين المصرف وعميله . يسجل المصرف المبالغ التي يقبضها من الزبون والفوائد المستحقة له في الطرف الدائن ويرمز اليه بالرمز (له)، وتسجل المبالغ المدفوعة للزبون والفوائد المستحقة عليه في الطرف المدين ويرمز اليه بالرمز (منه) . يقفل الحساب الجاري في تاريخ محدد يتفق عليه بين المصرف والزبون . ويؤدي التقاص بين مجموع العمليات الدائنة ومجموع العمليات المدينة الى ظهور رصيد دائن أو مدين . يكون الرصيد دائناً اذا كان مجموع المبالغ المسجلة في الطرف الدائن يزيد عن مجموع المبالغ المسجلة في الطرف المدين ، ويكون الرصيد مديناً اذا كان مجموع المبالغ المسجلة في الطرف المدين يزيد عن مجموع المبالغ المسجلة في الطرف الدائن ، كما يمكن للرصيد أن ينعدم اذا تساوى مجموع العمليات الدائنة مع مجموع العمليات المدينة .

تنتج المبالغ المودعة في الحسابات الجارية والمسحوبة منها ، وحسب اتفاق الطرفين ، فوائد تحسب بمعدلات متساوية أو مختلفة ، ثابتة أو متغيرة . تسمى الحسابات الجارية المنتجة للفوائد ، بالحسابات الجارية وحسابات الفوائد . ويكون معدل الفائدة مشتركاً أو متبادلاً اذا حسبت الفوائد على العمليات الدائنة والمدينة وفق المعدل ذاته ، ويكون معدل الفائدة مختلفاً أو غير متقابل اذا حسبت الفوائد على العمليات الدائنة بمعدل يختلف عن معدل الفائدة على العمليات المدينة .

يتفق الطرفان الدائن والمدين على تاريخ سريان الفوائد ، وبشكل عام لا تسري الفوائد الا بدءاً من التاريخ الذي يكون لاحد الطرفين فيه حرية التصرف بالمبلغ

المودع اليه . فاذا اودع شخص في حسابه المصرفي سنداً يستحق الدفع بعد شهر فان المصرف لا يتمكن من التصرف بالمبلغ المودع الا بعد تاريخ استحقاق السند وبالتالي فان مبلغ السند لا ينتج فوائداً الا بعد ذلك التاريخ .

لا توجد قاعدة عامة تحدد تاريخ سريان الفوائد حيث يبقى الاتفاق بين الطرفين هو المرجع الاخير . وبصورة عامة ، تسري الفائدة عن الدفعات النقدية او الشيكات المودعة في الحساب الجاري بدءاً من اليوم التالي للدفع أو الايداع ، أما بالنسبة للسندات التجارية فتسري الفوائد بدءاً من تاريخ لاحق لتاريخ استحقاق السند يتعلق بمكان دفع السند وبوجود فروع للمصرف في ذلك المكان .

تحسب الفوائد في الحساب الجاري على المبالغ المودعة والمسحوبة عن المدة الواقعة بين تاريخ سريان الفائدة وتاريخ اقفال الحساب الجاري ، ويحسب عدد أيام السنة ٣٦٠ يوماً ، وعدد أيام الاشهر حسب عدد أيامها الفعلية . ونفرق بين الفوائد السوداء المثلة للفوائد الفعلية بين تاريخي سريان الفائدة واقفال الحساب الجاري والفوائد الحمراء المثلة للحسم التجاري (الحطيطة) عن السندات المودعة قبل تاريخ اقفال الحساب الجاري والمستحقة بعده . وتسجل الفوائد الحمراء باللون الاحمر في جانب المبلغ نفسه وذلك لتخفيضها من الفوائد العادية المسجلة باللون الاسود .

يتم التسجيل في الحساب الجاري وفق طرائق مسك الحسابات التجارية المعروفة ، أما طرائق تسجيل الفوائد فهي عديدة اهمها الطريقة المباشرة وطريقة الارصدة .

ثانياً : الطريقة المباشرة للحسابات الجارية وحسابات الفوائد :

يعتمد تطبيق الطريقة المباشرة للحسابات الجارية على المعرفة المسبقة لتاريخ اقفال الحساب الجاري ، فتسجل الفوائد المدينة او الدائنة حسب طبيعة العملية التجارية في الطرف الملائم عن المدة الواقعة بين تاريخ سريان الفائدة وتاريخ اقفال الحساب المتفق عليه مسبقاً ، ثم تجمع الفوائد في كل من الطرفين للمبالغ التي انتجتها ويستخرج الرصيد الدائن او المدين .

وبذلك يتطلب تسجيل الفوائد وفق الطريقة المباشرة معرفة المعلومات التالية: مبلغ العملية ، بيان العملية ، تاريخ سريان الفائدة ، عدد الايام بين تاريخ سريان الفائدة وتاريخ اقفال الحساب ، مقدار الفائدة او الحسم عن كل عملية . ويتم التسجيل حسب الطريقة المباشرة باتباع الخطوات العملية التالية :

١ ـ تسجل العمليات المدينة والدائنة حسب تاريخ وقوعها وفق القواعد المتبعة في المحاسبة التجارية .

٢ ـ يحسب عدد الايام الواقعة بين تاريخ سريان الفائدة وتاريخ اقفال الحساب الجاري . يسجل هذا العدد باللون الاسود اذا كان تاريخ سريان الفائدة سابقاً لتاريخ اقفال الحساب ، وباللون الاحمر اذا كان لاحقاً له .

٣ ـ تحسب الفوائد عن المبالغ التي تاريخ سريان فائدتها سابق لتاريخ اقفال الحساب ، ويسجل باللون الاسود . وتحسب الحسومات (الحطيطة) عن المبالغ التي تاريخ سريان فائدتها لاحق لتاريخ اقفال الحساب وتسجل باللون الاحمر .

٤ ـ يستخلص رصيد الفوائد الحمراء (الحسومات) في كل من الطرفين الدائن والمدين ويسجل باللون الاسود في الطرف ذي المبلغ الأصغر .

٥ ـ يحسب رصيد الفوائد في كل من الطرفين الدائن والمدين ويضاف للمبالغ المسجلة في الجانب ذي الفوائد الاكبر .

٦ ـ يستخرج رصيد المبالغ ثم يغلق الحساب الجاري ويعاد فتحه بنقل الرصيد المدين الى الطرف المدين والدائن الى الطرف الدائن .

وسنقوم فيما يلي بتطبيق الطريقة المباشرة أولا بحالة عدم وجود فوائد حمراء ثم بوجود فوائد حمراء .

١ ـ الطريقة المباشرة بحالة عدم وجود فوائد حمراء :

فتح التاجر (س) حساباً جارياً منتجاً للفائدة في المصرف (ع) بمعدل فائدة متقابل يساوي ١٠٪ ، يغلق كل ثلاثة أشهر . وقد أجرى اعتباراً من ١٩٨٣/٣/١ العمليات الآتية :

١ ـ بتاريخ ٣/١ كان رصيد حسابه في المصرف دائناً بمقدار ٣٥٦٠ ل.س والتاريخ المعتبر للفائدة ٢/٢٨ .

٢ ـ بتاريخ ٤/٦ سحب شيكاً لامره بمبلغ ٢٥٠٠ ل.س والتاريخ المعتبر للفائدة ٤/٥ .

٣ ـ بتاريخ ٤/٩ أودع دفعة نقدية مقدارها ٥٠٠٠ ل.س والتاريخ المعتبر للفائدة ٤/١٠ .

٤ ـ بتاريخ ٤/١٧ ورد الى المصرف سند لدفعه من حسابه مقداره ١٥٠٠ل.س والتاريخ المعتبر للفائدة ٤/١٧ .

٥ ـ بتاريخ ٥/٢ أودع سنداً لقبضه مقداره ٢٨٠٠ ل.س والتاريخ المعتبر للفائدة ٥/١٤ .

الحساب الجاري للسيد ....

موقوفاً بتاريخ ١٩٨٣/٥/٣١

بمعدل فائدة متقابل ١٠٪

منه التاريخ	البيان	المبلغ	التاريخ المعتبر	عدد الايام	الفوائد	له التاريخ	البيان	المبلغ	التاريخ المعتبر	عدد الايام	الفوائد
٤/٦	المسحوب بشيك رقم	٢٥٠٠	٤/٥	٥٦	٣٨ر٨٨	٣/١	الرصيد المنقول	٣٥٦٠	٢/٢٨	٩٢	٩٠ر٩٧
٤/١٧	سند للدفع رقم	١٥٠٠	٤/١٧	٤٤	١٨ر٣٣	٤/٩	دفعة نقدية	٥٠٠٠	٤/١٠	٥١	٧٠ر٨٣
٥/٣١	ميزان المبالغ	٧٤٧٧ر٨١				٥/٢	سند للقبض	٢٨٠٠	٥/١٤	١٧	١٣ر٢٢
						٥/٣١	الفوائد الدائنة	١١٧ر٨١			
		١١٤٧٧ر٨١						١١٤٧٧ر٨١			
						٦/١	الرصيد المنقول	٧٤٧٧ر٨١			

كما يمكن ترتيب الحساب الجاري السابق على النحو التالي :

ساب الجاري للسيد ....

موقوفاً بتاريخ ١٩٨٣/٥/٣١

بمعدل فائدة متقابل ١٠٪

يخ	البيـان	المبالـغ مدينة	المبالـغ دائنة	التاريخ المعتبر	عـدد الايـام	الفوائـد مدينة	الفوائـد دائنة
	الرصيد المنقول		٣٥٦٠	٢/٢٨	٩٢		٩٠ر٩٧
	المسحوب بشك رقم...	٢٥٠٠		٤/٥	٢٦	٣٨ر٨٨	
	دفعة نقديـة		٥٠٠٠	٤/١٠	٥١		٧٠ر٨٣
٤	سند للدفع رقم....	١٥٠٠		٤/١٧	٤٤	١٨ر٣٣	
	سند للقبض رقم...		٢٨٠٠	٥/١٤	١٧		١٣ر٢٢
٥	ميزان الفوائد					١١٧ر٨١	
٥	الفوائد الدائنة		١١٧ر٨١				
٥	الرصيد الدائن	٧٤٧٧ر٨١					
		١١٤٧٧ر٨١	١١٤٧٧ر٨١			١٧٥ر٠٢	١٧٥ر٠٢
	الرصيد المنقول		٧٤٧٧ر٨١	٥/٣١			

٢ ـ الطريقة المباشرة بحالة وجود فوائد حمراء :

يتعامل التاجر (س) مع المصرف (ع) بمعدل فائدة متقابل ٩٪ يقفل كل ثلاثة أشهر . وقد أجرى اعتباراً من ١٩٨٢/١٠/١ العمليات الآتية :

١ ـ بتاريخ ١٠/١ كان رصيد الحساب في المصرف دائناً بمبلغ ٣٨٠٠ ل.س والتاريخ المعتبر للفائدة ٩/٣٠ .

٢ ـ بتاريخ ١٠/١٩ سحب شيكاً لامره بمبلغ ١٥٠٠ ل.س والتاريخ المعتبر للفائدة ١٠/١٨

٣ ـ بتاريخ ١٠/٣١ ورد الى المصرف سند لدفعه من حسابه بمبلغ ٣٥٠ ل.س والتاريخ المعتبر للفائدة ١٠/٣١ .

٤ ـ بتاريخ ١١/٥ أودع دفعة نقدية بمبلغ ٥٥٠٠ ل.س والتاريخ المعتبر للفائدة ١١/٦ .

٥ ـ بتاريخ ١٢/١٨ أودع سنداً لقبضه بمبلغ ٢٧٠٠ ل.س والتاريخ المعتبر للفائدة ١/٦ .

٦ ـ بتاريخ ١٢/٢٧ أودع سنداً لقبضه بمبلغ ١٠٠٠ ل.س والتاريخ المعتبر للفائدة ١/٣١ .

٧ ـ بتاريخ ١٢/٣٠ ورد للمصرف سند لدفعه من حسابه بمبلغ ٤١٠ ل.س والتاريخ المعتبر للفائدة ١/١٢ .

موقوفاً بتاريخ ١٩٨٢/١٢/٣١

بمعدل متقابل ٩٪

ساب الجاري للسيد ....

ديخ	البيــان	المبالــغ مدينة	دائنة	التاريخ المعتبر	عـدد الايـام	الفوائـد مدينـة	دائنـة
١	الرصيد المنقول		٣٨٠٠	٩/٣٠	٩٢		٨٧ر٤
١٠/	المسحوب بشك رقم...	١٥٠٠		١٠/١٨	٧٤	٢٧ر٧٥	
١٠/	سند للدفع رقم...	٣٥٠		١٠/٣١	٦١	٥ر٣٤	
١١	دفعة نقديـة		٥٥٠٠	١١/٦	٥٥		٧٥ر٦٣
١٢/	سند للقبض رقم....		٢٧٠٠	١/٦	٦		٤ر٠٥
١٢/	سند للقبض رقم....		١٠٠٠	١/٣١	٣١		٧ر٧٥
١٢/	سند للدفع رقم....	٤١٠		١/١٢	١٢	١ر٢٣	
١٢/	ميزان الفوائد الحمراء					١٠ر٥٧	
١٢/	ميزان الفوائدالسوداء		١١٩ر٣٧			١١٩ر٣٧	
١٢/	ميزان المبالـغ	١٠٨٥٩ر٣٧					
		١٣١١٩ر٣٧	١٣١١٩ر٣٧				
	الرصيد المنقول		١٠٨٥٩ر٣٧	١٢/٣١			

٣ ـ الطريقة المباشرة بوجود معدل فائدة متقابل ومتحول :

رأينا في الامثلة السابقة أن الحسابات الجارية تنظم على أساس معدل فائدة ثابت للعمليات الدائنة والمدينة جميعاً . ونظراً لتعرض معدلات الفائدة لتقلبات ملحوظة فقد يتفق الطرفان (التاجر والمصرف) على تعديل معدل الفائدة كلما طرأ تغير عليه في السوق المالية . لهذا يجب اقفال الحساب الجاري اقفالاً مؤقتاً في كل مرة يتعرض فيها معدل الفائدة للتبدل . ويختلف الاقفال المؤقت عن الاقفال النهائي للحساب الجاري بعدم اضافة الفوائد الناتجة الى المبالغ الاصلية . ولكن هذه الاضافة تتم في تاريخ اقفال الحساب النهائي المتفق عليه ، ولاقفال الحساب الجاري مؤقتاً يمكن اللجوء الى احدى الطريقتين التاليتين :

١ ـ بعد تاريخ تعديل معدل الفائدة نهاية لدورة زمنية تحسب فيها الفوائد لكل من المبالغ الدائنة والمدينة حتى تاريخ التعديل ، ثم تضاف الفوائد الجزئية الى المبالغ الاصلية في تاريخ الاقفال النهائي المتفق عليه للحساب الجاري . وبمعنى آخر ، تقسم فترة الحساب الجاري الى فترات جزئية يساوي عددها عدد مرات تغيير معدل الفائدة . وفي كل فترة جزئية تحسب الفوائد الجزئية وتضاف أخيراً الى المبالغ الاصلية في تاريخ الاقفال النهائي .

تكمن صعوبة تطبيق هذه الطريقة في عدم معرفة تاريخ تغير معدل الفائدة مسبقاً مما يستلزم الانتظار حتى وقوع التغيير لتثبيت عدد الايام والفوائد أو النمر لذلك يستعاض عن هذه الطريقة بالطريقة الثانية .

٢ ـ يحتفظ بتاريخ اقفال الحساب الجاري وتحسب الفوائد كالمعتاد بايجاد عدد الأيام بين تاريخ كل عملية وتاريخ اقفال الحساب الجاري ، وعند حدوث تغير في معدل الفائدة تعدل الفوائد بالنسبة للرصيد فقط بعد استخراج ميزان مؤقت للمبالغ ، وسنبين هذه الطريقة على ضوء العمليات التالية :

مثال : نظم الحساب الجاري للسيد (س) لدى المصرف (ع) وذلك اعتماداً على المعلومات الآتيــة :

الفترة الزمنية ١٩٨٣/٤/١ ، وحتى ١٩٨٣/٦/٣٠

معدل الفائدة : متقابل ومتحول معدله ٨٪ حتى ١٩٨٣/٥/١٥

و ١٠٪ حتى تاريخ اقفال الحساب .

التاريخ	البيـــان	المبالـغ	التاريخ المعتبر
١٩٨٣/٤/١	رصيد مدين	٤٠٠٠	٣/٣١
٤/٤	دفعة نقدية	٥٠٠٠	٤/٥
٤/١٨	سند للدفع رقم	٢٠٠٠	٤/١٨
٥/٩	دفعة نقديـة	٦٠٠٠	٥/١٠
٥/١٥	سند للدفع رقم	٧٠٠٠	٥/٣١
٥/١٥	دفعة نقديـة	٨٠٠٠	٥/١٦
٥/٢٣	سند للقبض رقم	٣٠٠٠	٦/٣٠
٥/٣١	سند للقبض رقم	٢٠٠٠	٦/١١
٦/١٦	المسحوب بشك رقم	٣٠٠٠	٦/١٥
٦/٢١	المسحوب بشك رقم	٦٠٠٠	٦/٢٠

ويكون الحساب الجاري كالآتي :

الحساب الجاري للسيد ....

موقوفاً بتاريخ ١٩٨٣/٥/٣٠

المعدل ٨٪ حتى ١٩٨٣/٥/١٤

و ١٠٪ حتى ١٩٨٣/٦/٣٠

التاريخ	البيان	المبالغ مدينة	المبالغ دائنة	التاريخ المعتبر	عدد الايام	النمر مدينة	النمر دائنة
١ /٤	رصيد مدين	٤٠٠٠		٣/٣١	٩١	٣٦٤٠٠٠	
٤ /٤	دفعة نقدية		٥٠٠٠	٥ /٤	٨٦		٤٣٠٠٠٠
٤/١٨	سند للدفع رقم	٢٠٠٠		٤/١٨	٧٣	١٤٦٠٠٠	
٩ /٥	دفعة نقدية		٦٠٠٠	٥/١٠	٥١		٣٠٦٠٠٠
	الميزان المؤقت للمبالغ	٥٠٠٠					
	ميزان النمر					٢٢٦٠٠٠	
	الفائدة $\frac{٢٢٦٠٠٠}{٤٥٠٠}$ = ٥٠ر٢٢						
		١١٠٠٠	١١٠٠٠			٧٣٦٠٠٠	٧٣٦٠٠٠

٥/١٥	سند للدفع رقم	٧٠٠٠		٥/٣١	٣٠	٢١٠٠٠٠	
٥/١٥	دفعة نقدية		٨٠٠٠	٥/١٦	٤٥		٣٦٠٠٠٠
٥/٢٣	سند للقبض رقم		٣٠٠٠	٦/١٣	٠٠		٠٠
٥/٣١	سند للقبض رقم		٢٠٠٠	٦/١١	١٩		٣٨٠٠٠
٦/١٦	المسحوب بشك رقم	٣٠٠٠		٦/١٥	١٥	٤٥٠٠٠	
٦/٢١	المسحوب بشك رقم	٦٠٠٠		١٠/٢٠	١٠	٦٠٠٠٠	
٦/٣٠	ميزان النمر					٣١٨٠٠٠	
٦/٣٠	الفوائد $\frac{٣١٨٠٠٠}{٣٦٠٠}$ =٨٨ر٣٣		٨٨ر٣٣				
٦/٣٠	الفوائد بمعدل ٨٪ اعلاه		٢٢ر٥٠				
٦/٣٠	ميزان المبالغ	٢١٢٨ر٥٥					
		١٨١٣٨ر٥٥	١٨١٣٨ر٥٥			٦٣٣٠٠٠	٦٣٣٠٠٠
١ /٧	الرصيد المنقول		٢١٢٨ر٥٥	٦/٣٠			

ثالثاً ـ الحسابات الجارية بطريقة الارصدة :

يعتمد تنظيم الحسابات الجارية وفق طريقة الارصدة على تسجيل العمليات المالية الدائنة والمدينة حسب تاريخ حدوثها المتسلسل . بعد كل عملية يحسب الرصيد الدائن او المدين ثم تحسب فوائد هذا الرصيد عن المدة التي يبقى فيهـ ثابتاً دون تغيير ، اي عن المدة الواقعة بين تاريخ سريان الفائدة لعملية ما وتاريخ سريان الفائدة عن العملية التي تليها فاذا كان عدد الايام موجباً كانت الفوائد موجبة واذا كان عدد الايام سالباً كانت الفوائد سالبة (حسم او حطيطة) . وبذلك تلخص مراحل تنظيم الحسابات الجارية حسب طريقة الارصدة كالتالي :

١ ـ تسجل العملية فور وقوعها ، ويذكر بالاضافة الى مبلغ العملية الدائن او المدين تاريخ العملية ، وتاريخ سريان الفائدة ، وبيان موجز عن العملية .

٢ ـ بعد كل عملية يحسب رصيد المبالغ وعدد الايام التي يبقى فيها الرصيد ثابتاً ، وهو عدد الايام الفاصلة بين تاريخ سريان الفائدة عن العملية وتاريخ سريان الفائدة عن العملية التي تليها .

٣ ـ تحسب الفوائد او النمر عن الرصيد خلال مدة ثباته .

٤ ـ يحسب عدد الايام عن العملية الاخيرة بين تاريخ سريان الفائدة عليها وتاريخ اقفال الحساب الجاري .

٥ ـ يحسب ميزان النمر او الفوائد وتضاف الى المبالغ . فاذا كان رصيد الفوائد دائناً يضاف الى طرف المبالغ الدائنة ، اما اذا كان رصيد الفوائد مدين فيضاف الى طرف المبالغ المدينة .

٦ ـ يحسب ميزان المبالغ وينقل الرصيد الى الطرف نفسه بعد اقفال الحساب الجاري . سنطبق طريقة الارصدة على بعض الحالات العملية ، سنطبقها اولا بحالة عدم وجود فوائد حمراء ، ثم بوجود فوائد حمراء واخيرا بحالة وجود معدل غير متقابل ومتغير .

١ ـ طريقة الارصدة بدون فوائد حمراء :

سنعيد تنظيم الحساب الجاري للعمليات الواردة في مثال الطريقة المباشر بدون فوائد حمراء ، فيكون :

موقوفاً بتاريخ ١٩٨٣/٥/٣٠
بمعدل فائـدة متقابل ١٠٪

التاريخ	البيان	المبالغ مدينة	المبالغ دائنة	الارصدة مدينة	الارصدة دائنة	التاريخ المعتبر	عدد الايام	النمر مدينة	النمر دائنة
١/ ٤	الرصيد المنقول		٣٥٦٠		٣٥٦٠	٢/٢٨	٣٦		١٢٨١٦٠
٦/ ٤	المسحوب بشك	٢٥٠٠			١٠٦٠	٤/ ٥	٥		٥٣٠٠
٩/ ٤	دفعة نقدية		٥٠٠٠		٦٠٦٠	٤/١٠	٧		٤٢٤٢٠
٤/١٧	سند للدفع	١٥٠٠			٤٥٦٠	٤/١٧	٢٧		١٢٣١٢٠
٢/ ٥	سند للقبض		٢٨٠٠		٧٣٦٠	٥/١٤	١٧		١٢٥١٢٠
٥/٣٠	ميزان النمر							٤٢٤١٢٠	
٥/٣٠	الفوائد الدائنة		١١٧ر٨١						
٥/٣٠	ميزان المبالغ	٧٤٧٧ر٨١							
		١١٤٧٧ر٨١	١١٤٧٧ر٨١					٤٢٤١٢٠	٤٢٤١٢٠
٦/١	الرصيد المنقول		٧٤٧٧ر٨١		٧٤٧٧ر٨١	٥/٣٠			

ونلاحظ ان الرصيد المنقول هو نفسه الذي حصلنا عليه سابقاً بتطبيق الطريقة المباشرة .

٢ ـ طريقة الارصدة بوجود فوائد حمراء :

يتم ايجاد عدد الايام بطريقة الارصدة بحساب الفرق بين تاريخي سريان الفائدة عن عمليتين متتاليتين . فاذا كان تاريخ سريان الفائدة عن عملية ما لاحقاً لتاريخ سريان الفائدة عن العملية السابقة كان عدد الايام موجبا وبالتالي النمر والفوائد الناتجة موجبة . اما اذا كان تاريخ سريان الفائدة عن عملية ما سابقا لتاريخ سريان الفائدة عن العملية السابقة كان عدد الايام سالبا وبالتالي النمر والفوائد الناتجة حمراء . يوضع عدد الايام السالبة ضمن مربع □ وتسجل فوائد العملية بصورة معاكسة لطبيعة الرصيد ، فاذا كان الرصيد دائنا سجلت الفوائد مدينة ، واذا كان الرصيد مديناً سجلت الفوائد دائنة . وسنوضح هذه الحالة بالمثال التالي :

نظم الحساب الجاري للسيد (س) في المصرف (ع) بالاعتماد على المعلومات التالية :

التاريخ	البيان	المبلغ	التاريخ المعتبر
٤/ ١	رصيد دائن	٨٢٥	٣/٣١
٤/١٤	دفعة نقدية	١٠٠٠٠	٤/ ٢
٥/١٠	سحب بشك رقم...............	١١٧٠٠	٥/ ٤
٥/٢٣	سند للقبض رقم...............	٩٨٧٠	٥/٣١
٦/ ٢	سند للحسم	٦٦٣٩	٦/ ٤
٦/ ٥	اعادة سند غير مدفوع	١٦٥٠	٥/٣١

وينظم الحساب الجاري لهذه العمليات كما يلي :

الحساب الجاري للسيد (س) في المصرف (ع)

عن الفترة ١ نيسان ــ ٣٠ حزيران

معدل الفائدة متقابل ٧٥ر٤٪

التاريخ	البيان	المبالغ مدينة	المبالغ دائنة	الارصدة مدينة	الارصدة دائنة	التاريخ المعتبر	عدد الايام	الفوائد بمعدل ٦٪ مدينة	الفوائد بمعدل ٦٪ دائنة
٤/ ١	رصيد دائن				٨٢٥	٣/٣١	٢٠		٢ر٧٥
٤/١٤	دفعة نقدية		١٠٠٠٠		١٠٨٢٥	٤/٢٠	١٤		٢٥ر٢٦
٥/١٠	سحب بشك رقم ..	١١٧٠٠		٨٧٥		٥/ ٤	٢٧	٣ر٩٤	
٥/٢٣	سند للقبض		٩٨٧٠		٨٩٩٥	٥/٣١	٤		٦ر٠٠
٦/ ٢	سند للحسم		٦٦٣٩		١٥٦٣٤	٦/ ٤	$\boxed{٤}$	١٠ر٤٢	
٦/ ٥	سند معاد غير مدفوع	١٦٥٠			١٣٩٨٤	٥/٣١	٣٠		٦٩ر٩٢
٦/٣٠	ميزان الفوائد ٦٪							٨٩ر٥٧	
٦/٣٠	فوائد دائنة ٧٥ر٤٪		٧٠ر٩٠		١٤٠٥٤ر٩٠				
								١٠٣ر٩٣	١٠٣ر٩٣
٧/ ١	الرصيد المنقول				١٤٠٥٤ر٩٠	٦/٣٠			

هذا ويمكن تفادي الحصول على فوائد حمراء وذلك بترتيب العمليات حسب تاريخ سريان الفائدة وليس حسب تاريخ وقوع العملية ، كما هو موضح فيما يلي بالنسبة للمثال السابق .

الحساب الجاري للسيد (س) في المصرف (ع) **الفترة الزمنية ١ نيسان ــ ٣٠ حزيران**

معدل فائدة متقابل ٧٥ر٤٪

التاريخ	البيان	المبالغ مدينة	المبالغ دائنة	الارصدة مدينة	الارصدة دائنة	التاريخ المعتبر	عدد الايام	النمر مدينة	النمر دائنة
٤/١	رصيد دائن				٨٢٥	٣/٣١	٢٠		١٦٥٠٠
٤/١٤	دفعة نقدية		١٠٠٠٠		١٠٨٢٥	٤/٢٠	١٤		١٥١٥٥٠
٥/١٠	سحب بشك رقم	١١٧٠٠		٨٧٥		٥/٤	٢٧	٢٣٦٢٥	
٥/٢٣	سند للقبض		٩٨٧٠		٨٩٩٥	٥/٣١	..	..	..
٦/٥	سند غير مدفوع	١٦٥٠			٧٣٤٥	٥/٣١	٤		٢٩٣٨٠
٦/٢	سند للحسم		٦٦٣٩		١٣٩٨٤	٦/٤	٢٦		٣٦٣٥٨٤
٦/٣٠	ميزان النمر							٥٣٧٣٨٩	
٦/٣٠	فائدة بمعدل ٧٥ر٤٪		٩٠ر٧٠		٩٠ر١٤٠٥٤				
٧/١	الرصيد المنقول				٩٠ر١٤٠٥٤	٦/٣٠		٥٦١٠١٤	٥٦١٠١٤

٣ ـ طريقة الارصدة بمعدل غير متقابل ومتغير :

لا تنظم الحسابات الجارية عادة بمعدل متقابل ، وانما يختلف معدل الفائدة للعمليات المدينة عن معدل الفائدة للعمليات الدائنة . ويكون معدل فائدة العمليات المدينة عادة أكبر من معدل فائدة العمليات الدائنة . وبالطبع ، يطبق معدل الفائدة الدائن أو المدين حسبما يكون الرصيد دائناً أم مديناً عقب كل عملية جديدة . أضف الى ذلك انه من اللازم تطبيق طريقة الارصدة التي ترتب فيها العمليات حسب تاريخ سريان الفائدة وليس حسب تاريخ العملية وذلك لتجنب الحصول على فوائد حمراء.

وكتطبيق على طريقة الارصدة بمعدل غير متقابل ومتغير ، سننظم الحساب الجاري على ضوء المعطيات التالية :

فترة تنظيم الحساب الجاري من ١٠/١ وحتى ١٢/٣٠.
معدل الفائدة : مدين ٨٪ ، دائن ١٪ حتى تاريخ ١١/٢٧ ضمناً

مدين ٥ر٧٪ ، دائن ٥ر٠٪ من ١١/٢٨ حتى ١٢/٣١

التاريخ	البيـان	المبلـغ	التاريخ المعتبر
١٠/ ١	رصيد مدين	٤١٠٦	٩/٣٠
١٠/١٥	دفعة نقدية	٢٠٠٠٠٠٠	١٠/٢٠
١١/ ٣	المسحوب بشك رقم	١٦٠٠٠	١٠/٢٩
١١/١٥	سندات دفع رقم	٧٥٠٤	١١/٢٥
١١/٢٢	سندات قبض رقم	٦٩٥٠	١١/٣٠
١١/٢٣	دفعة نقديـة	١٠٠٠٠	١١/٢٨
١٢/١٣	المسحوب بشك رقم	١٣٥٥٥	١٢/ ٨
١٢/٢٠	دفعة نقديـة	٥٠٠٠	١٢/٢٥

ويكون الحساب الجاري كما ياتي :

الفترة من ١٠/١ حتى ١٢/١١
الفائدة محسوبة بالطريقة الستينية

الحساب الجاري للسيد (س) في المصرف (ع)

التاريخ	البيان	المبالغ مدينة	المبالغ دائنة	الارصدة مدينة	الارصدة دائنة	التاريخ المعتبر	عدد الايام	الفوائد بمعدل ٦٪ مدينة	الفوائد بمعدل ٦٪ دائنة
١٠/ ١	رصيد مدين			٤١٠٦		٩/٣٠	٢٠	١٣ر٦٩	
١٠/١٥	دفعة نقدية		٢٠٠٠٠		١٥٨٩٤	١٠/٢٠	٩		٢٣ر٨٤
١١/ ٣	المسحوب بشك	١٦٠٠٠		١٠٦		١٠/٢٩	٢٧	٠ر٤٨	
١١/١٥	سندات دفع	٧٥٠٤		٧٦١٠		١١/٢٥	٢	٢ر٥٤	
١١/٢٧	تغير معدل الفائدة					١١/٢٧	١	١ر٢٧	
١١/٢٣	دفعة نقدية		١٠٠٠٠		٢٣٩٠	١١/٢٨	٢		٠ر٨
١١/٢٢	سندات قبض		٦٩٥٠		٩٣٤٠	١١/٣٠	٨		١٢ر٤٥
١٢/١٣	المسحوب بشك	١٣٥٥٥		٤٢١٥		١٢/ ٨	١٧	١١ر٩٤	
١٢/٢٠	دفعة نقدية		٥٠٠٠		٧٨٥	١٢/٢٥	٦		٠ر٧٩
١٢/٣١	رصيد الفوائد المدينة	٣٣ر٦٥			٧٥١ر٣٥				
١/ ١	الرصيد المنقول				٧٥١ر٣٥	١٢/٣١			

وكما يبدو من الجدول السابق ، فلا يمكن حساب ميزان الفوائد مباشرة لوجود اربعة معدلات متمايزة للفائدة . لذلك نستخدم طريقة تجزئة المعدل للعودة من معدل الفائدة الاحتياطي ٦ ٪ الى معدلات الفائدة الفعلية :

الفوائد المدينة			الفوائد الدائنة		
من ٩/٣٠ حتى ١١/٢٧			من ٩/٣٠ حتى ١١/٢٧		
بمعدل ٦ ٪	الفائدة	١٦ر٧١	بمعدل ٦ ٪	الفائدة	٢٣ر٨٤
بمعدل ٢ ٪	الفائدة	٥ر٥٧			
بمعدل ٨ ٪	الفائدة	٢٢ر٢٨	بمعدل ١ ٪	الفائدة	٣ر٩٧
من ١١/٢٨ حتى ١٢/٣١			من ١١/٢٨ حتى ١٢/٣١		
بمعدل ٦ ٪	الفائدة	١٣ر٢١	بمعدل ٦ ٪	الفائدة	١٤ر٠٢
بمعدل ١ر٥ ٪	الفائدة	٣ر٣٠			
بمعدل ٧ر٥ ٪	الفائدة	١٦ر٥١	بمعدل ٠ر٥ ٪	الفائدة	١ر١٧

ثم نجمع الفوائد المدينة : ٢٢ر٢٨ + ١٦ر٥١ = ٣٨ر٧٩

ثم نجمع الفوائد الدائنة : ٣ر٩٧ + ١ر١٧ = ٥ر١٤

ثم نوجد رصيد الفوائد المدينة: ٣٨ر٧٩ ــ ٥ر١٤ = ٣٣ر٦٥

ورصيد الفوائد المدينة الناتج يضاف الى المبالغ المدينة ويعدل بالتالي رصيد الحساب في تاريخ الاقفال .

تطبيقات عمليــة

١ ـ استخدم الطريقة المباشرة ثم طريقة الارصدة لتنظيم الحساب الجاري وحساب الفوائد للسيد (س) لدى المصرف (ع) على ضوء المعطيات التالية :

الفترة الزمنية ٧/١ حتى ٩/٣٠

معدل الفائدة متقابل ٨٪

التاريخ	البيـان	المبلـغ	التاريخ المعتبر
٧/ ١	رصيد مدين	٢٥٠	٦/٣٠
٧/ ٣	دفعة نقدية	٤٥٠	٧/ ٤
٨/١٥	سند للقبض	٣٠٠	٨/٢١
٨/٢٣	المسحوب نقـداً	٦٠٠	٨/١٩
٩/ ٩	المسحوب نقـداً	٢١٠	٩/ ٥
٩/١٠	دفعة نقدية	٧٢٠	٩/١١

٢ ـ نظم الحساب الجاري ثم أوجد معدل الفائدة بالاستناد الى المعطيات التالية لحساب السيد (س) في المصرف (ع) علماً بأن رصيد الحساب الجاري بتاريخ الاقفال كان دائناً بمبلغ ١٦٧٤ر٥٨ ل.س .

التاريخ	البيان	المبلغ	التاريخ المعتبر
١/ ١	رصيد دائن	٩٧٠	١٢/٣٠
١/٢٧	دفعة نقدية	٦٤٠	٢/ ٢
٢/ ٥	المسحوب نقداً	٤٢٠	١/٣٠
٢/ ٦	سند للقبض	٣٥٠	٢/١٥
٢/١٠	سند للقبض	٨٠٠	٢/٢٨
٣/١٢	مرتجع سند للقبض	٤٠٠	٢/٢٨
٣/٢٥	المسحوب نقداً	٢٩٠	٣/١٩

٣ ـ تستخلص المعلومات التالية من الحساب الجاري وحساب الفوائد الموقوف بتاريخ ٣/٣١ بالطريقة المباشرة ، بمعدل فائدة قدره ٦٪ . وفي تاريخ الاقفال وبعد تسجيل الفوائد كان رصيد الحساب دائناً بمبلغ ٥١٠ر١٠ . أوجد تاريخ سريان الفائدة عن العملية التي قيمتها ٥٤٥ ل.س

المبالغ		عدد الايام	النمر	
مدينة	دائنة		مدينة	دائنة
	٢٨٥	٩١		٢٥٩٣٥
	٨ر١٠	٥٠		٤٠٥
٢٥٠		٥٠	١٢٥٠٠	
	٥٤٥	س		٥٤٥ س
٣٦٠		٣٥	١٢٦٠٠	
١٨٠		٢٨	٥٠٤٠	

٤ ــ ينظم المصرف (ع) الحساب الجاري وحساب الفوائد للتاجر (س) عن الفترة الزمنية ٤/١ وحتى ٦/٣٠ بمعدل فائدة غير متقابل ومتغير وفق المعطيات التالية :

معدل مدين ٧٫٥٪ ، معدل دائن ١٫٥٪ حتى ٥/٢٥ ضمناً

معدل مدين ٨٪ ، معدل دائن ٢٪ اعتبارا من ٥/٢٦

والمطلوب تصوير الحساب الجاري بطريقة الارصدة حسب التاريخ المتسلسل لسريان الفوائد بالاعتماد على العمليات التالية :

العمليات المدينه		العمليات الدائنة	
المبلغ	التاريخ المعتبر	المبلغ	التاريخ المعتبر
١٨٠٠٠	٤/٢٥	٢٤٠٠ (رصيد منقول)	٣/٣١
٩٠٠٠	٤/ ٦	١٣٥٠٠	٥/١٧
٧٢٠	٥/٣١	٨١٠	٦/٢٣
١٢٦٠	٦/١٥		

٥ ــ ينظم الحساب الجاري وحساب الفوائد لأحد التجار وفق معدل فائدة غير متقابل ، تمتد الفترة الزمنية للحساب من ٣/٥ وحتى ٧/١٥ ، وفيما يلي تفصيل العمليات :

العمليات الدائنة		العمليات المدينة	
المبلغ	التاريخ المعتبر	المبلغ	التاريخ المعتبر
٢٩٨٫٨٨	٣/٢٠	٨٦٤٫٠٠٠	٣/ ٥
٣٧٢٫٢٠	٤/١٤	٤٣٠٫٥٠	٥/١٧
٥٣٣٫٠٠	٥/ ٨	١٥٦٫٠٠	٥/٢٢
١٦٩٫٥٠	٥/١٨	٢٦٩٫٣٥	٥/٢٥

وبعد اقفال الحساب ، بلغ الرصيد الدائن ٣٤٥ر٢٤ ل.س ، فاذا علمت بأن معدل فائدة العمليات المدينة يساوي ٦٪ ، فما هو معدل فائدة العمليات الدائنة .

٦ ـ أرسل مصرف الى أحد زبائنه كشف الحساب الجاري عن الربع الاول من عام ١٩٨٣ وقد ظهرت فيه العمليات التالية :

			التاريخ المعتبر
١/ ١	الرصيد المنقول	٤٠٠	١٢/٣١
١/ ٢	سندات قبض	١٣٠٠	١/ ٧
١/١١	السحب بشك	٥٠٠	١/ ٦
١/١٨	دفعة نقدية	٣٠٠	١/٢٣
١/٢٥	سندات قبض	٨٥٠	؟
١/٢٥	سندات دفع	١٣٥٠	٢/ ١
٢/١٨	السحب بشك	٩٠٠	١/١٣
٢/٢١	السحب بشك	١٥٠٠	٢/١٦
٣/ ٧	المسحوب بشك	٨٠٠	٣/ ٢
٣/١٣	سندات قبض	١٨٠٠	٣/١٨
٣/٢٠	دفعة نقدية	١٥٠٠	٣/٢٥

ينظم الحساب وفق الطريقة المباشرة ، بمعدل فائدة متقابل ٥ر٧٪ بطريقةالنمر . فاذا كان رصيد الفوائد مديناً ، وفي ٣/٣١ وبعد تسجيل الفوائد مع المبالغ أصبح رصيد الحساب دائناً بمبلغ ٧٥ر٢٨١ . والمطلوب تنظيم الحساب الجاري .

[illegible]

[illegible]

١/٢	الرسمية الثاني	٠٫٠٤	المسعر في التاريخ ١٢/١١
١/٢	زيادة ثلاثة	٠٫٠٦١	١/٧
١/١١	ثلث بنسا	٠٫٠٥	١/٢
١/٢٨	[illegible]	٠٫٠٧	١/٢٢
١/٢٥	زيادة ثلاث	٠٫٥٨	١
١/٢٥	زيادة ثلاثة	٠٫٥٦	٢/١
٢/١٨	ثلث بنسا	٠٫٠٦	١/٢٢
٢/١٣	ثلث بنسا	٠٫٠٥٤	٢/٣١
٢/٧	ثلث بنسين	٠٫٠٨	٢/١
٢/٢١	زيادة ثلاثة	٠٫٠٨٢	٢/١٨
٢/٢٥	[illegible]	٠٫٠٩١	٢/٢١

[illegible]

الفصل الخامس

الفائــدة المركبــة

اولا : مفهوم الفائدة المركبة :

تتصف العمليات المالية المبنية على اساس الفائدة البسيطة بانها عمليات قصيرة الاجل حيث يرد المدين الى دائنه جملة راس المال المساوية مجمـوع راس المـال والفائدة الناتجة خلال مدة التوظيف . أما في العمليات المالية طويلة الاجل حيث يدوم القرض عدة سنوات ، فمن الطبيعي اعتبار الفائدة التي ينتجهـا راس المـال في السنة الاولى كراس مال جديد يضاف الى راس المال الاصلي وينتج بدوره فائدة تضاف الى فائدة راس المال الاصلي . فاذا وظفنا مبلغ ١٠٠٠٠ ل.س بمعدل فائدة ١٠٪ ، فان هذا المبلغ ينتج فائدة بسيطة تساوي في نهاية السنة ١٠٠٠ ل.س ، وتساوي جملة راس المال ١٠٠٠٠ + ١٠٠٠ = ١١٠٠٠ ل.س وفي السنة الثانية ، يساوي راس المال الموظف ١١٠٠٠ ل.س وتساوي فائدته السنوية ١١٠٠ ل.س ، وبالتالي فان جملة راس المال في نهاية السنة الثانية تساوي ١١٠٠٠ + ١١٠٠ = ١٢١٠٠ ل.س وفي بداية السنة الثالثة يساوي راس المال الموظف ١٢١٠٠ ل.س وتساوي فائدته السنوية ١٢١٠ ل.س ، وبالتالي فان جملة راس المال في نهاية السنة الثالثة تساوي ١٢١٠٠ + ١٢١٠ = ١٣٣١٠ ل.س . وبافتراض أن مدة القرض تساوي ثلاث سنوات ، فان المبلغ المعاد يساوي ١٣٣١٠ ل.س . اما اذا طبقنا قانون الفائـدة البسيطة ، فان جملة المبلغ في نهاية مدة القرض تساوي :

$$١٠٠٠٠ + \frac{١٠٠٠٠ \times ٣ \times ١٠}{١٠٠} = ١٣٠٠٠ \text{ ل.س}$$

وهكذا فان تطبيق الفائدة المركبة يعتمد على مبدىء اضافة الفوائد السنوية بصورة دورية الى راس المال الموظف لكي تنتج هذه الفوائد بدورها فوائد اضافيـة تضاف الى راس المال في كل وحدة زمنية .

ثانيا : القانون الاساسي للفائدة المركبة :

سنقوم في هذه الفقرة باستخراج قانون الفائدة المركبة الذي يمكن من حساب جملة رأس المال ($\text{ج}_{\text{ن}}$) الناتجة عن توظيف رأس مال (ر) لمدة (ن) سنة بمعدل فائدة سنوي قدره (م)* . لنرتب بشكل جدولي رأس المال الموظف وجملة رأس المال خلال مدة التوظيف :

السنة	رأس المال الموظف في بداية السنة	الفائدة السنوية	جملة رأس المال في نهاية السنة
١	ر	ر × م	ر + ر × م = ر (١ + م)
٢	ر (١+م)	ر (١+م) × م	ر (١ + م) + ر.م (١+م) = ر (١+م)^{٢}
٣	ر (١+م)^{٢}	ر(١+م)^{٢}×م	ر (١+م)^{٢} + ر (١+م)^{٢}.م = ر (١+م)^{٣}
:			
:			
ن	ر(١+م)$^{ن-١}$	ر(١+م)$^{ن-١}$ ×م	ر (١+م)$^{ن-١}$ + ر(١+م)$^{ن-١}$.م= ر(١+م)^{ن}

أي أن جملة رأس المال الناتجة عن توظيف رأس مال قدره (ر) بمعدل فائدة سنوي (م) لمدة (ن) سنة ، تساوي :

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \text{ر} \, (١ + \text{م})^{\text{ن}}$$

كما يمكن كتابة هذا القانون بشكل لوغاريتمي وذلك بأخذ لوغاريتم طرفي العلاقة السابقة :

$$\text{لغ ج}_{\text{ن}} = \text{لغ ر} + \text{ن لغ} (١ + \text{م})$$

---

* يمثل م في هذا الفصل والفصول القادمة معدل الفائدة المئوي

وباعتبار قانون الفائدة المركبة الآنفي الذكر ، نستطيع ايراد الملاحظات التالية :

١ ــ اشترطنا في القانون الاساسي $ج_{ن} = ر(١ + م)^{ن}$ أن اضافة الفوائد الى رأس المال تتم سنوياً ، وأن معدل الفائدة سنوي ، وأن مدة التوظيف تقاس بالسنوات ، اي أن معدل الفائدة ومدة التوظيف تتعلق بالوحدة الزمنية التي تضاف فيها الفوائد الى رأس المال . هذه النقاط هامة جداً بحيث أنه لا يمكن تطبيق القانون الاساسي مالم تتوفر الشروط المشار اليها . فاذا أضيفت الفوائد الى رأس المال شهرياً ، وجب أن يكون معدل الفائدة شهرياً ، وأن تقاس فترة التوظيف بالأشهر .

٢ ــ يبين الجدول السابق أن قيم جمل رأس المال تشكل فيما بينها متوالية هندسية حدها الاول ر (١ + م) وأساسها (١ + م) وعدد حدودها (ن) .

٣ ــ تشكل الفوائد الناتجة أيضاً متوالية هندسية حدها الاول ر × م وأساسها (١ + م) وعدد حدودها (ن) .

٤ ــ خلافاً لقوانين الفائدة البسيطة التي تعطي مباشرة مقدار الفائدةالبسيطة، فان القانون الاساسي للفائدة المركبة يعطي جملة رأس المال وليس الفائدة المركبة ، وللحصول على الفائدة المركبة ، يجب طرح راس المال الموظف من جملة رأس المال ، أي :

$$\text{الفائدة المركبة} = ج_{ن} - ر = ر(١ + م)^{ن} - ر = ر[(١ + م)^{ن} - ١]$$

امثلــة : *

١ ــ وظف رأس مال قدره ٥٠٠٠٠ ل.س بفائدة مركبة بمعدل سنوي ٩٪ ، وتضم الفوائد الى رأس المال سنوياً ، أوجد جملة رأس المال بعد ٧ سنوات .

*** ــ لاحتساب القيم العددية الناتجة عن تطبيق القانون الاساسي للفائدة المركبة يمكن استخدام جداول اللوغاريتم العشرية ، أو جداول الفائدة المركبة ، أو الآلات الحاسبة . وقد أدى شيوع استخدام الآلات الحاسبة الى انحسار اهمية جداول الفائدة المركبة .**

نطبق القانون $\text{ج}_{\text{ن}} = \text{ر}\,(١ + \text{م})^{\text{ن}}$

$\text{ج}_{٧} = ٥٠٠٠٠ \,(١ + ٠٫٠٩)^{٧}$

$\text{ج}_{٧} = ٥٠٠٠٠ \times ١٫٨٢٨٠٣٩ = ٩١٤٠١٫٩٥$ ل.س

٢ ـ وظف راس مال قدره ١٠٠٠٠ ل.س بفائدة مركبة معدلها الربع سنوي ٥ر٢٪ ، فاذا علمت بان الفوائد تضم الى راس المال كل ثلاثة اشهر ، فما هي جملة رأس المال بعد ٦ سنوات .

مدة الـ ٦ سنوات تساوي ٦ × ٤ = ٢٤ ربع سنة

نطبق القانون $\text{ج}_{\text{ن}} = \text{ر}\,(١ + \text{م})^{\text{ن}}$

$\text{ج}_{٢٤} = ١٠٠٠٠ \,(١ + ٠٫٠٢٥)^{٢٤}$

$\text{ج}_{٢٤} = ١٠٠٠٠ \times ١٫٨٠٨٧٢٦ = ١٨٠٨٧٫٢٦$ ل.س

٣ ـ وظف رأس مال قدره ٢٠٠٠٠ ل.س بفائدة سنوية معدلها ٥ر٩٪ لمدة ٧ سنوات ، أوجد جملة رأس المال باستخدام الصيغة اللوغاريتمية .

نطبق القانون $\text{ج}_{\text{ن}} = \text{ر}\,(١ + \text{م})^{\text{ن}}$

$\text{لغ ج}_{\text{ن}} = \text{لغ ر} + \text{ن لغ}\,(١ + \text{م})$

$\text{لغ ج}_{\text{ن}} = \text{لغ}\,٢٠٠٠٠ + ٧\ \text{لغ}\,١٫٠٩٥$

$\text{لغ ج}_{\text{ن}} = ٤٫٣٠١٠٣ + ٧ \times ٠٫٠٣٩٤١٤$

$\text{لغ ج}_{\text{ن}} = ٤٫٥٧٦٩٢٨٨$

$\text{ج}_{\text{ن}} = ٣٧٧٥١٫٠٣$ ل.س

ثالثاً : العناصر الأساسية في قانون الفائدة المركبة :

يتضمن القانون الاساسي للفائدة المركبة اربعة عناصر هي : جملة رأس المال ، راس المال ، ومعدل الفائدة ، ومدة التوظيف . ويمكن حساب أي من هذه العناصر معرفة العناصر الثلاثة الباقية .

لدينا القانون الأساسي : $ج_{ن} = ر\,(1 + م)^{ن}$ ويعطي جملة رأس المال .

راس المال : $ر = \dfrac{ج_{ن}}{(1 + م)^{ن}}$

معدل الفائدة : $\dfrac{ج_{ن}}{ر} = (1 + م)^{ن}$

$$\sqrt[ن]{\dfrac{ج_{ن}}{ر}} = (1 + م)$$

$$\sqrt[ن]{\dfrac{ج_{ن}}{ر}} - 1 = م$$

ويفضل بالطبع استخدام الشكل اللوغاريتمي لايجاد العناصر السابقة :

جملة راس المال : $لع\,ج_{ن} = لع\,ر + ن\,لع\,(1 + م)$

راس المال : $لع\,ر = لع\,ج_{ن} - ن\,لع\,(1 + م)$

مدة التوظيف : $لع\,ج_{ن} - لع\,ر = ن\,لع\,(1 + م)$

$$\text{ن} = \frac{\text{لع ج}_{\text{ن}} - \text{لع ر}}{\text{لع}\,(\text{١} + \text{م})}$$

$$\text{معدل الفائدة : لع}\,(\text{١} + \text{م}) = \frac{\text{لع ج}_{\text{ن}} - \text{نع ر}}{\text{ن}}$$

هذا وسنبين فيما يلي بعض الملاحظات حول ايجاد هذه العناصر بالاضافة الى بعض التطبيقات العملية .

١ ـ حساب جملة راس المال :

نستطيع تطبيق القانون الاساسي للفائدة المركبة لحساب جملة راس مال موظف بفائدة مركبة خلال فترة زمنية معينة . وكما أشرنا سابقاً فمن اللازم ضمان التناسب بين معدل الفائدة ووحدة الزمن التي تضاف في نهايتها الفوائد الى المبلغ الاصلي ، ونفرق هنا بين حالتين لحساب جملة راس المال ، الاولى عندما تكون وحدات الزمن عدداً صحيحاً ، والثانية عندما تتألف وحدات الزمن من وحدات صحيحة وكسرية.

آ ـ الزمن مؤلف من عدد صحيح من الوحدات :

اذا كان معدل الفائدة سنوياً ومدة التوظيف عدد صحيح من السنوات ، أو كان معدل الفائدة نصف سنوي ومدة التوظيف عدد صحيح من انصاف السنوات ، أو كان معدل الفائدة شهرياً ومدة التوظيف عدد صحيح من الاشهر ، لامكن تطبيق القانون الاساسي للفائدة المركبة بافتراض ان الفوائد تضاف الى راس المال كل سنة أو كل نصف سنة أو كل شهر على التوالي . وفي هذه الحالة ، يطبق القانون الاساسي بشكله العادي أو اللوغاريتمي .

مثال : أوجد جملة راس مال قدره ٥٠,٠٠٠ ل.س وظف لمدة خمس سنوات بفائدة مركبة نصف سنوية معدلها ٤ ٪ .

ان مدة التوظيف تساوي ٥ × ٢ = ١٠ نصف سنة

وبتطبيق القانون الاساسي $ج_{١٠} = ٥٠٠٠ (١ + ٠ر٠٤)^{١٠}$

$$ج_{١٠} = ٥٠٠٠ \times (١ر٠٤)^{١٠} = ٧٤٠١ر٢٢ \text{ ل٠س}$$

ب ــ الزمن مؤلف من عدد صحيح وعدد كسري من الوحدات :

لنفرض أن رأس المال قد وظف فترة زمنية تتضمن (ن) وحدة صحيحة وجزء من هذه الوحدة الزمنية يساوي $\frac{ع}{ك}$ حيث $ع < ك$. وبالتالي فتكون مدة التوظيف الكلية $ن + \frac{ع}{ك}$. ففي نهاية الدورة (ن) تبلغ جملة رأس المال بتطبيق القانــون الاساسي :

$$ج_{ن} = ر (١ + م)^{ن}$$

ويبقى احتساب الفوائد عن جزء الدورة المساوي $\frac{ع}{ك}$. وهنا يمكننا اتباع احد الحلين التاليين : الحل الحقيقي ويعتمد على تطبيق الفائدة البسيطة خــلال المدة الباقية ، والحل التجاري ويعتمد على تطبيق الفائدة المركبة .

ففي الحل الحقيقي ، تحسب الفائدة البسيطة عن جملة رأس المال ($ج_{ن}$) خــلال الفترة الباقية الكسرية من وحدة الزمن $\frac{ع}{ك}$ ، وبالتالي تصبح جملة رأس المــال نهاية مدة التوظيف :

$$ج_{ن + \frac{ع}{ك}} = ر (١ + م)^{ن} [١ + \frac{ن}{ك} م]$$

مثال : وظف راس مال قدره ٢٠٠٠٠٠ ل.س بفائدة سنوية معدلها ١١٪ لمدة ٧ سنوات وثلاثة اشهر ، فما هي جملة راس المال في نهاية مدة التوظيف .

نحسب الجملة اولا في نهاية السبع سنوات :

$$ج_{٧} = ٢٠٠٠٠٠ (١ + ٠٫١١)^{٧} = ٢٠٠٠٠٠ \times ١٫١١^{٧} = ٤١٥٢٣٢٫٢٠ \text{ ل.س}$$

ثم نحسب الفائدة البسيطة لـ ج لمدة ثلاثة اشهر اي :

$$ج_{٧ + \frac{٣}{١٢}} = ج_{٧} + ج_{٧} \times ٠٫١١ \times \frac{٣}{١٢}$$

$$ج_{٧ + \frac{٣}{١٢}} = ٤١٥٢٣٢٫٢٠ + ٤١٥٢٣٢٫٢٠ \times ٠٫١١ \times \frac{٣}{١٢} = ٤٢٦٦٥٠٫٩٠ \text{ ل.س}$$

اما في الحل التجاري فتحسب جملة راس المال باستخدام القانون الاساسي عن المدة الزمنية الصحيحة والكسرية ، اي :

$ج_{ن} = ر (١ + م)^{ن}$ ثم نحسب جملة راس المال عن المدة الكسرية

$$ج_{ن + \frac{ع}{ك}} = ج_{ن} (١ + م)^{\frac{ع}{ك}}$$ وبالتعويض

$$ج_{ن + \frac{ع}{ك}} = ر (١ + م)^{ن} (١ + م)^{\frac{ع}{ك}}$$

$$ج_{ن + \frac{ع}{ك}} = ر\,(١ + م)^{ن + \frac{ع}{ك}}$$

وهذا يعني ان القانون الاساسي للفائدة المركبة يطبق سواء اكان الزمن صحيحا ام كسرياً . وبتطبيق النتيجة على المثال العددي السابق يكون :

$$ج_{٧ + \frac{٣}{١٢}} = ٢٠٠٠٠ \,(١ + ٠ر١١)^{٧ + \frac{٣}{١٢}}$$

$$ج_{٧ + \frac{٣}{١٢}} = ٢٠٠٠٠ \,(١ر١١)^{٧ر٢٥}$$

$$لغ\ ج_{٧ + \frac{٣}{١٢}} = لغ\ ٢٠٠٠٠ + ٧ر٢٥\ لغ\ ١ر١١$$

$$لغ\ ج_{٧ + \frac{٣}{١٢}} = ٤ر٣٠١٠٣ + ٧ر٢٥ \times ٠ر٠٤٥٣٢٣$$

$$لغ\ ج_{٧ + \frac{٣}{١٢}} = ٤ر٦٢٩٦٢$$

$$ج_{٧ + \frac{٣}{١٢}} = ٤٢٦٢٠ر٨٠ \text{ ل.س}$$

ونلاحظ أن النتيجة العددية هذه تختلف بمقدار ٤٤ر٢٩ ل.س عن النتيجة السابقة .

٢ ــ حساب راس المال او القيمة الحالية :

يمكن حساب رأس المال الموظف في بداية فترة التوظيف عند معرفة جملة راس المال ، ومعدل التوظيف ومدة التوظيف وذلك بتطبيق احدى العلاقتين :

$$\text{لغ ر} = \text{لغ ج}_{\text{ن}} - \text{ن لغ} (1 + \text{م})$$

أو

$$\text{ر} = \frac{\text{ج}_{\text{ن}}}{(1 + \text{م})^{\text{ن}}} = \text{ج}_{\text{ن}} (1 + \text{م})^{-\text{ن}}$$

ويمثل راس المال الموظف القيمة الحالية لجملة رأس المال .

مثال : وظف رأس مال لمدة عشر سنوات بفائدة سنوية معدلها ٧ر٥٪ فبلغت جملة رأس المال ١٢٣٦٦١ر٩٢ ل.س . فما هو مقدار رأس المال الموظف ؟ .

$$\text{لغ ر} = \text{لغ ج}_{\text{ن}} - \text{ن لغ} (1 + \text{م})$$

لغ ر = لغ ١٢٣٦٦١ر٩٢ − ١٠ لغ (١ر٠٧٥)

لغ ر = ٥ر٠٩٢٢٤ − ١٠ × ٠ر٠٣١٤٠٨٥ = ٤ر٧٧٨١٥

ر = ٦٠٠٠٠ ل.س

٣ ـ حساب معدل الفائدة :

يمكن حساب معدل الفائدة بمعرفة جملة راس المال ، وراس المال ، ومدة التوظيف وذلك بتطبيق احدى العلاقتين :

$$\text{م} = \sqrt[\text{ن}]{\frac{\text{ج}_{\text{ن}}}{\text{ر}}} - 1$$

أو

$$\text{لغ} (1 + \text{م}) = \frac{\text{لغ ج}_{\text{ن}} - \text{لغ ر}}{\text{ن}}$$

مثال : وظف رأس مال قدره ٣٠٠٠٠ ل.س بفائدة مركبة سنوية لمدة ١١ سنة فبلغت جملة رأس المال ٨٩٩٧١ر٧٧ ل.س . فما هو معدل الفائدة ؟.

$$\text{لع}\,(1+\text{م}) = \frac{\text{لع}\ \text{ج}_{\text{ن}} - \text{لع}\ \text{ر}}{\text{ن}}$$

$$\text{لع}\,(1+\text{م}) = \frac{\text{لع}\ ٨٩٩٧١ر٧٧ - \text{لع}\ ٣٠٠٠٠}{١١}$$

$$\text{لع}\,(1+\text{م}) = \frac{٤ر٩٥٤١١ - ٤ر٤٧٧١٢}{١١} = ٠ر٠٤٣٣٦$$

$$1 + \text{م} = ١ر١٠٥ر١$$

ومنـــه $\text{م} = ٠ر١٠٥ = ١٠ر٥ \%$

٤ ــ حساب مدة التوظيف :

يمكن ايجاد مدة التوظيف بمعرفة جملة رأس المال ، ورأس المــال ومعــدل الفائدة ، ونستخدم لهذا الفرض القانون الاساسي بشكله اللوغاريتمي الذي يعطي العلاقة الآتية :

$$\text{ن} = \frac{\text{لع}\ \text{ج}_{\text{ن}} - \text{لع}\ \text{ر}}{\text{لع}\,(1+\text{م})}$$

مثال : وظف رأس مال قدره ٤٠٠٠٠ ل.س بمعدل فائدة نصف سنوي قدره ٤ر٧٪ فبلغت جملة رأس المال ٧٦٥٩٧ر٨٤ ل.س ، فما هي مدة التوظيف .

$$\text{ن} = \frac{\text{لع}\ ٧٦٥٩٧ر٨٤ - \text{لع}\ ٤٠٠٠٠}{\text{لع}\,(١ر٠٤٧٥)}$$

$$\text{ن} = \frac{٤٫٨٨٢٢ - ٤٫٦٠٢٠٦}{٠٫٠٢٠١٥٤}$$

ن = ١٤ نصف سنة او ٧ سنوات .

رابعاً : المعدل المكافىء :

عندما يوظف راس مال (ر) بفائدة مركبة معدلها السنوي (م) لعدد من السنوات (ن) فان جملة رأس المال في نهاية مدة التوظيف تساوي

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \text{ر}\left(١ + \text{م}\right)^{\text{ن}}$$

لنفرض الآن ان راس مال آخر يساوي ايضاً (ر) قد وظف بفائدة مركبة معدلها نصف السنوي ($\text{م}_{٢}$) لمدة (٢ ن) نصف سنة ، وتضاف الفوائد الى راس المال كل نصف سنة ، تساوي جملةرأس المال في نهاية مدةالتوظيف $\text{ج}_{\text{ن}} = \text{ر}\left(١ + \text{م}_{٢}\right)^{٢\text{ن}}$

فاذا تساوت جملتا رأس المال اي $\text{ج}_{\text{ن}} = \text{ج}_{٢\text{ن}}$ أو

$$\text{ر}\left(١ + \text{م}\right)^{\text{ن}} = \text{ر}\left(١ + \text{م}_{٢}\right)^{٢\text{ن}}$$ أو

$$\left(١ + \text{م}\right)^{\text{ن}} = \left(١ + \text{م}_{٢}\right)^{٢\text{ن}}$$

فاننا نقول بأن معدلي الفائدة السنوي (م) ونصف السنوي ($\text{م}_{٢}$) متكافئان .

وبشكل عام ، اذا فرضنا أن م معدل الفائدة السنوي وأن $\text{م}_{\text{س}}$ معدل فائدة مرتبط بفترة زمنية أصغر من السنة بـ (س) مرة ، فان المعدلين (م) و ($\text{م}_{\text{س}}$) يكونان متكافئين اذا وظف راس مال وفق هذين المعدلين خلال الفترة الزمنية نفسها فأدى ذلك الى تساوي جملتي راس المال ، علما بأن فوائد رأس المال تضاف في الحالة الاولى سنوياً في حين ان فوائد رأس المال تضاف في الحالة الثانية الى رأس المال في نهاية كل جزء من السنة يساوي (س) ، أي :

$$\text{ر}\,(1+\text{م})^{\text{ن}} = \text{ر}\,(1+\text{م}_{\text{س}})^{\text{ن.س}}$$

أو $$(1+\text{م})^{\text{ن}} = (1+\text{م}_{\text{س}})^{\text{ن.س}}$$

أو $$(1+\text{م}) = (1+\text{م}_{\text{س}})^{\text{س}}$$

واخيرا $$\text{م} = (1+\text{م}_{\text{س}})^{\text{س}} - 1$$

اما اذا طلب حساب المعدل $\text{م}_{\text{س}}$ فيكون :

$$(1+\text{م})^{\frac{1}{\text{س}}} = (1+\text{م}_{\text{س}})$$

ومنه $$\text{م}_{\text{س}} = (1+\text{م})^{\frac{1}{\text{س}}} - 1$$

مثال : أوجد معدل الفائدة الشهري المكافىء لمعدل الفائدة السنوي المساوي ١٤٪ .

$$\text{م}_{١٢} = (١ + ٠ر١٤)^{\frac{١}{١٢}} - ١$$

$$\text{م}_{١٢} = ١ر٠١٠٩٨ - ١ = ٠ر٠١٠٩٨$$

$$\text{م}_{١٢} = ١ر٠٩٨٪$$

خامسا : الفائدة المركبة المستمرة :

لنفرض اننا وظفنا رأس مال بفائدة مركبة سنوية معدلها السنوي (م) حيث تضاف الفوائد الى رأس المال في نهاية كل سنة . ولنفرض ايضا ان المدين والدائن قد قررا تغيير مدة اضافة الفوائد الى راس المال حيث تصبح هذه الفترة كل $\frac{1}{س}$ من السنة ، ولكنهما احتفظا بمعدل فائدة متكافىء مع المعدل السنوي (م) اي ($\frac{م}{س}$)، اذن في كل سنة تضاف الفوائد (س) مرة الى رأس المال ، وبذلك تصبح جملة راس المال في نهاية السنة : ر $(1 + \frac{م}{س})^{س}$

لنفرض الآن ان (س) تناهت في الصفر ، اي أن اضافة الفوائد الى راس المال تتم فوراً وبصورة مستمرة ، فعندما يتناهى المقدار (س) في الصفر فان الافادة $(1 + \frac{م}{س})^{س}$ تتناهى الى العدد الطبيعي (ط)* مرفوعاً الى القوة (م) ، اي :

$$\text{نهاية} \ (1 + \frac{م}{س})^{س} \longrightarrow ط^{م}$$

$$س \longrightarrow \infty$$

وبذلك يصبح راس المال (ر) في نهايةالسنة ر×$ط^{م}$ ، واذااستمرتاضافةالفوائد الى رأس المال لعدد من السنوات (ن) فتبلغ جملة راس المال ر × $ط^{م \times ن}$. ومن الطبيعي ، فان جملة رأس المال المحسوبة اعتماداً على اضافة الفوائد الى راس المال بصورة مستمرة تزيد عن جملة راس المال المحسوبة اعتماداً على اضافة الفوائد الى راس المال بصورة متقطعة ، لان وتيرة الاضافة مرتفعة في حالة اضافة الفوائد الى راس المال بشكل مستمر .

---

* يساوي العدد الطبيعي تقريبا ٢ر٧١٨٢٨

مثال : وظف مبلغ بفائدة مركبة معدلها السنوي (م) ، عندما تضاف الفوائد سنوياً الى راس المال يضرب راس المال بمقدار ١ر١٠ . اما اذا أضيفت الفوائد بشكل مستمر الى راس المال فيضرب راس المال بمقدار $ط^{٠ر١٠}$.

لنحسب المقدار $ط^{٠ر١٠}$ باستخدام اللوغاريتمات

$$لغ\ ط^{٠ر١٠} = ٠ر١٠\ لغ\ ط$$

$$لغ\ ط^{٠ر١٠} = ٠ر١٠ \times ٠ر٤٢٩٤٥ = ٠ر٠٤٣٤٢٩٤٥$$

والعدد الذي لوغاريتمه ٠ر٠٤٣٤٢٩٤٥ يساوي ١ر١٠٥٢ . اي أن اضافة الفوائد بصورة مستمرة تؤول الى معدل فائدة سنوي يساوي ١٠ر٥٢ ٪ .

فاذا كان المبلغ الموظف ر = ١٠٠٠٠ ل.س لمدة خمس سنوات ، فان جملة المبلغ باضافة الفوائد سنويا تساوي :

$$ج_{٥} = ١٠٠٠٠ (١ + ٠ر١٠)^{٥} = ١٦١٠٥ر١$$

اما باضافة الفوائد بشكل مستمر ، فتساوي جملة رأس المال :

$$ج'_{٥} = ١٠٠٠٠ \times ط^{٠ر١٠ \times ٥}$$

$$ج'_{٥} = ١٠٠٠٠ \times ط^{٠ر٥}$$

$$ج'_{٥} = ١٠٠٠٠ \times (٢ر٧١٨٢٨)^{٠ر٥} = ١٦٤٨٧ر٢١$$

ويبدو واضحا أن $ج'_{٥} > ج_{٥}$ بمقدار ٣٨٢ر١١ ل.س .

تطبيقـات عمليـة

١ ـ أوجد جملة راس مال قدره ١٥٠٠٠ ل.س وظف بفائدة مركبة سنوية معدلها ٨٪ لمدة ١٢ سنة .

٢ ـ وظف مبلغ قدره ٢٠٠٠٠ ل.س لمدة ٨ سنوات بفائدة معدلها السنوي ١٠٪ ، والمطلوب :

آ ـ أوجد جملة راس المال بافتراض أن المبلغ قد وظف بفائدة مركبة .

ب ـ أوجد جملة راس المال بافتراض أن المبلغ قد وظف بفائدة بسيطة .

ح ـ بعد كم من الزمن تبلغ جملة راس المال حسب الفائدة البسيطة مساوية لجملة راس المال حسب الفائدة المركبة بافتراض ثبات راس المال ومعدل الفائدة .

د ـ بعد كم من الزمن تصبح جملة راس المال حسب الفائدة المركبة مساوية لجملة راس المال حسب الفائدة البسيطة بافتراض ثبات راس المال ومعدل الفائدة .

هـ ـ بأي معدل تتساوى جملتي راس مال قدره ٢٠٠٠٠ ل.س وظف لمدة ٨ سنوات بفائدة بسيطة وبفائدة مركبة .

٣ ـ وظف راس مال قدره ٧٥٠٠ ل.س لمدة ٩ سنوات فاعطى جملة مقدارها ١٤٩٩٢٫٥٣ ل.س فما هو معدل التوظيف .

٤ ـ وظف راس مال بفائدة مركبة ربع سنوية معدلها ٥٪ فاصبحت جملته بعد ٧ سنوات ١٨٠٠٠ ل.س ، أوجد راس المال .

٥ ـ يبلغ مجموع مبلغين ١٠٠٠٠ ل.س ، وظف أحدهما بفائدة بسيطة معدلها السنوي ١٠٪ ووظف الآخر بفائدة مركبة معدلها السنوي ٨٪ ، فبعد ٩ سنوات تساوت جملتا المبلغين ، أوجد كلاً من المبلغين .

٦ ـ وظف شخص ١٠٠٠٠ ل.س بفائدة مركبة ، وبعد سنة سحب منها ١٠٠٠٠ ل.س وبعد سنة من سحب المبلغ وجد أن رصيده في المصرف يساوي ٨٠٦٫٢٥ ل.س . فما هو معدل الفائدة السنوي ؟

٧ ـ يرغب شخص أن يملك في الستين من عمره مبلغ ٣٠٠٠٠٠ ل.س فما هو المبلغ الذي يوظفه بمعدل ٩٪ في الاربعين من عمره .

٨ ـ وظف شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ ل.س بفائدة مركبة وبعد سنة وظف مبلغاً مماثلا ، وبعد سنة من التوظيف الجديد بلغ رصيد حسابه ٤٧٧٢١ر٥٤ ل.س . أوجد معدل الفائدة نصف السنوي .

٩ ـ وظف شخص مبلغاً من المال قدره ١٠٠٠٠٠ ل.س بفائدة مركبة ، فلو وظف هذا المبلغ سنة اضافية لزادت جملته ١٧٢٧١ر٤٠ ل.س ولو وظف هذا المبلغ سنة اقل من المدة الاصلية لنقصت جملته ١٥٩٩٢ر٤٠ ل.س فما هو معدل الفائدة ، وما هي مدة التوظيف .

١٠ ـ وظف مبلغ بفائدة مركبة معدلها السنوي ١٠٪ ثم انخفض معدل الفائدة خلال فترة التوظيف الى ٩٪ وبعد عشر سنوات ازداد راس المال بنسبة ١٥٢٪ من المبلغ الاصلي الموظف ، حدد متى تغير معدل الفائدة .

١١ ـ وظف شخص مبلغين من المال بفائدة مركبة أولهما بمعدل ٦٪ والثاني بمعدل ٩٪ فاذا علمت أن جملة المبلغ الاول قد تساوت مع جملة المبلغ الثاني بعد ٢٠ سنة وان مجموع هذين المبلغين يساوي ١٠٠٠٠٠٠ ل.س فما هو مقدار كل من هذين المبلغين .

١٢ ـ وظف مبلغ تساوي قيمته ١ ل.س عام ١٢٠٠ بمعدل فائدة سنوية قدره ٥٪ أوجد جملة هذا المبلغ عام ١٣٠٠ ، ١٤٠٠ ، ١٥٠٠ ، ٢٠٠٠ .

١٣ ـ وظف شخص بفائدة مركبة مبلغ ٢٠٠٠٠ ل.س بمعدل فائدة (م) ومبلغ ٥٠٠٠٠ ل.س بمعدل فائدة (مَ) . وبعد أربع سنوات بلغت جملة المبلغين ١٠٩١٩٩ر١٣ ل.س ، فلو وظف المبلغ الاول بمعدل (مَ) والمبلغ الثاني بمعدل (م) لبلغت جملة المبلغين ١١٢١٥٩ر٥٦ ل.س أوجد كلاً من المعدلين م و مَ .

١٤ ـ أوجد المعدل نصف السنوي المكافىء للمعدل السنوي ١٤٪

أوجد المعدل ربع السنوي المكافىء للمعدل السنوي ٨ ٪

أوجد المعدل الشهري المكافىء للمعدل السنوي ١٢٪

أوجد المعدل الشهري المكافىء للمعدل نصف السنوي ٩ ٪

أوجـد المعدل السنوي المكافىء للمعـدل الشـهري ٢ ٪

أوجـد المعـدل ربـع السنوي المكافىء للمعـدل الشهـري ١ ٪

١٥ ـ آ ـ أوجد معدل الفائدة المستمرة المتعلق بمعدل فائدة سنوي ٨٪ .

ب ـ وظف رأس مال بفائدة مركبة مستمرة فأدى ذلك الى مضاعفة هذا المبلغ بنسبة ١٠ر١ خلال عام واحد . أوجد المعدل السنوي للفائدة .

الفصل السادس

الحسم المركب

اولا : مفهوم الحسم المركب

تعرضنا لمفهوم الحسم البسيط عند بحث الفائدة البسيطة ، ونعود هنا وقبل الحديث عن الحسم المركب للتذكير بأهم النتائج التي توصلنا اليها ، فقد فرقنا آنفاً بين الحسم التجاري (ح) والحسم الحقيقي (حَ) ، والقيمة الاسمية (قس) والقيمة الحالية التجارية (قح) والقيمة الحالية الحقيقية (قحَ) .

يعرف الحسم التجاري بالعلاقة : ح = قس × م × ن

والقيمة الحالية التجارية : قح = قس ــ قس × م × ن
= قس (١ ــ م × ن)

كما عرفنا القيمة الحالية الحقيقية بالعلاقة :

قحَ + قحَ × م × ن = قس

او قحَ (١ + م × ن) = قس

$$\text{قحَ} = \frac{\text{قس}}{\text{١} + \text{م} \times \text{ن}}$$

والحسم الحقيقي حَ = قس ــ قحَ

$$\text{حَ} = \text{قس} - \frac{\text{قس}}{\text{١} + \text{م} \times \text{ن}}$$

$$\text{ح}' = \text{قس} - \frac{\text{م} \times \text{ن}}{1 + \text{م} \times \text{ن}}$$

والنتائج السابقة جميعاً تعتمد على مفهوم الفائدة البسيطة . وكما رأينا آنفاً فان الحسم التجاري الذي تمارسه المصارف عملياً مفهوم مشكوك في دقته ، ذلك لان المصارف تحسب الحسم على مبالغ أكبر من المبالغ التي تقرضها فعلياً ، ومع ذلك ، فقد كانت تجري عمليات الفائدة البسيطة والحسم البسيط في الاجل القصير (أقل من سنة) ، ومدة الحسم القصيرة أدت الى تقليص الفرق بين الحسم التجاري والحسم الحقيقي .

ولكن الامر يختلف بالنسبة للعمليات المالية طويلة الاجل ، فتواريخ الإستحقاق تقع في الاجل الطويل (أكثر من سنة) ومدة الحسم طويلة ، لذلك يصبح الحسم التجاري مرفوضاً ويؤدي الى نتائج غير مقبولة منطقياً . فاذا فرضنا أن سنداً تجارياً قيمته الاسمية ٢٠٠٠٠ ل.س ويستحق الدفع بعد ٢٠ سنة بمعدل حسم ٨٪ ، فالقيمة الحالية للسنة حسب الحسم الحقيقي المعتمد على الفائدة المركبة تساوي ١٠ر٤٢٩ ل.س في حين أن القيمة الحالية للسنة تصبح سالبة بالاعتماد على

الحسم التجاري : $2000 - \dfrac{20000 \times 8 \times 20}{100} = -12000$

وتصبح معدومة اذا كان معدل الحسم ٥٪ ، أي :

$$2000 - \frac{20000 \times 5 \times 20}{100} = 0$$

وهذه النتائج بالطبع غير مقبولة . لذلك لا يطبق مفهوم الفائدة البسيطة على العمليات المالية طويلة الاجل ، ويستبعد كذلك الحسم التجاري على هذه العمليات . اذن لا نطبق على العمليات المالية طويلة الاجل سوى الحسم الحقيقي المبني على الفائدة المركبة .

ثانياً : قانون الحسم المركب

لنرمز ب (ح″) للحسم المعتمد على الفائدة المركبة والذي نسميه اختصاراً بالحسم المركب ، وب (قح″ = قس ـ ح″) القيمة الحالية المركبة ، ونظراً لأن الحسم حقيقي فنحسب القيمة الحالية بالطريقة التالية :

قح َ + الفائدة المركبة على قح َ = قس

ولكن قح َ + الفائدة المركبة على قح َ = جملة القيمة الحالية بالفائدةالمركبةلـقح َ

$$= \text{قح َ} (1 + \text{م})^{\text{ن}} = \text{قس}$$

وبالتالي ، فان : $\text{قح َ} = \dfrac{\text{قس}}{(1 + \text{م})^{\text{ن}}} = \text{قس} (1 + \text{م})^{-\text{ن}}$

والحسم الحقيقي المركب :

$$\text{ح َ} = \text{قس} - \text{قس} (1 + \text{م})^{-\text{ن}}$$

$$= \text{قس} [1 - (1 + \text{م})^{-\text{ن}}]$$

ونلاحظ أن القيمة الحالية المركبة $\text{قح َ} = \text{قس} (1 + \text{م})^{-\text{ن}}$ لرأس مال تعرف بدلالة القيمة الاسمية بعلاقة رياضية تشبه العلاقة التي تمكن من حساب رأس المال الموظف بدلالة جملة رأس المال .

مثال : تبلغ القيمة الاسمية لسند ١٠٠،٠٠٠ ل.س يستحق الاداء بعد ٥ سنوات ، ما هي قيمته الحالية علماً بأن معدل الحسم المركب ٧٪

$$\text{قح َ} = \text{قس} (1 + \text{م})^{-\text{ن}}$$

$$\text{قح َ} = 100000 (1 + 0{,}07)^{-\text{ن}} = 71298{,}60 \text{ ل.س}$$

وبالتالي فان الحسم المركب الحقيقي = ح َ = قس ـ قح َ

$$= 100000 - 71298{,}60 = 28701{,}40 \text{ ل.س}$$

ونلاحظ أن ايجاد الحسم المركب يتطلب أولا ايجاد القيمة الحالية ومن ثم مقدار الحسم .

هذا ويمكن استخدام رموز القانون الاساسي للفائدة المركبة ، فالقيمة الاسمية (قس) ما هي في الواقع الا جملة راس المال ($ج_{ن}$) ، والقيمة الحالية (قحَ) ما هي الا راس المال الموظف أي (ر) ، وبالتالي فان قانون القيمة الحالية ، يمكن أن يكتب بالشكل الآتي :

$$ر = ج_{ن} (١ + م)^{-ن}$$

وان الحسم المركب $حَ = ج_{ن} - ر = ج_{ن} - ج_{ن} (١ + م)^{-ن}$

$$= ج_{ن} [١ - (١ + م)^{-ن}] .$$

ثالثا : تكافؤ السندات :

تبلغ القيمة الاسمية لسند ٦٨٠٢٤٫٤٥ ل.س ويستحق الدفع بعد ٤ سنوات بمعدل حسم ٨٪ ، كما تبلغ القيمة الاسمية لسند آخر ٨٥٦٩١٫٢٠ ل.س ويستحق الدفع بعد ٧ سنوات بمعدل حسم ٨٪ . فما هي القيمة الحالية لكل من هذين السندين :

نطبق القانون : $ر = ج_{ن} (١ + م)^{-ن}$

$$ر_{١} = ٦٨٠٢٤٫٤٥ (١ + ٠٫٠٨)^{-٤} = ٥٠٠٠٠ \text{ ل.س}$$

$$ر_{٢} = ٨٥٦٩١٫٢٠ (١ + ٠٫٠٨)^{-٧} = ٥٠٠٠٠ \text{ ل.س}$$

ونلاحظ انه رغم اختلاف القيمة الاسمية وتاريخ الاستحقاق لهذين السندين

الا ان قيمهما الحالية متساوية باعتماد معدل حسم واحد ، لذلك فان هذين السندين متكافئان. ونقول بشكل عام ان السندين الذين قيمتيهما الاسميتان $ج_{ن١}$ و $ج_{ن٢}$ متكافئان، اذا تساوت قيمتيهما الحاليتان $ر_{١} = ر_{٢}$ باعتماد معدل حسم واحد (م) ، ويتم ذلك بتحقيق العلاقة :

$$ر_{١} = ر_{٢}$$

$$\text{أو}\quad ج_{ن١} (١ + م)^{-ن١} = ج_{ن٢} (١ + م)^{-ن٢}$$

لنفرض انه قد تم تبادل هذين السندين قبل (س) سنة من التاريخ المذكـور سابقاً ولنقارن القيم الحالية للسندين في التاريخ الجديد ، ان هذه القيم تساوي :

$$ج_{ن١} \times (١ + م)^{-(ن١ + س)} = ج_{ن٢} \times (١ + م)^{-(ن٢ + س)}$$

$$ج_{ن١} (١ + م)^{-ن١} \cdot (١ + م)^{-س} = ج_{ن٢} (١ + م)^{-ن٢} \cdot (١ + م)^{-س}$$

$$ج_{ن١} (١ + م)^{-ن١} = ج_{ن٢} (١ + م)^{-ن٢}$$

ونستنتج من ذلك انه اذا تكافأ سندان بتاريخ معين ، فان هذين السندين يتكافآن في اي تاريخ آخر اذا تم احتساب القيم الحالية على أساس الفائدة المركبة . ونشير بأن هذه القاعدة غير صحيحة اذا تمت المقارنة على أساس الفائدة البسيطة .

سنحاول فيما يلي استخدام قانون تكافؤ السندات لايجاد القيـم الاسـمية وتاريخ الاستبدال للسند أو السندات المستبدلة .

١ ـ حساب القيمة الاسمية لسند مستبدل :

لنفرض أننا نريد استبدال سند قيمته الاسمية ج ويستحق الدفع بعد ه

سنوات بسند آخر قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ ل.س ويستحق الدفع بعد ٣ سنوات ، والمطلوب تحديد القيمة الاسمية للسند (ج) علما ان معدل الفائدة ٨٪ .

ان استبدال سند بآخر لا يكون عادلا الا اذا تساوت القيمة الحالية للسندين في تاريخ ما ، أي :

$$١٠٠٠٠ \, (١٫٠٨)^{-٣} = ج_{ه} \, (١٫٠٨)^{-٥}$$

$$١٠٠٠٠ \, \frac{(١٫٠٨)^{-٣}}{(١٫٠٨)^{-٥}} = ج_{ه}$$

$$ج_{ه} = ١٠٠٠٠ \, (١٫٠٨)^{٢}$$

$$ج_{ه} = ١١٦٦٤ \text{ ل.س}$$

٢ ــ تحديد تاريخ الاستبدال :

نريد الان استبدال سند قيمته الاسمية ١١٥٠٠ ل.س بسند آخر قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ ل.س ويستحق الاداء بعد ٣ سنوات ، والمطلوب تحديد تاريخ استحقاق السند الاول اذا كان معدل الحسم ٦٪ .

ننطلق من تساوي القيمة الحالية للسندين في الوقت الحالي ، اي في التاريخ (.) يستحق السند الذي قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ ل.س بعد ٣ سنوات ، اذن قيمته الحالية $١٠٠٠٠ \, (١٫٠٦)^{-٣}$ والسند الذي قيمته الاسمية ١١٥٠٠ ل.س بعد (ن) سنة ، اذن قيمته الحالية $١١٥٠٠ \, (١٫٠٦)^{-ن}$ ، ولايجاد (ن) نساوي بين القيمتين الحاليتين :

$$١١٥٠٠ \, (١٫٠٦)^{-ن} = ١٠٠٠٠ \, (١٫٠٦)^{-٣}$$

$$\frac{\text{١١٥٠٠}}{\text{١٠٠٠٠}} = \frac{(\text{١٫٠٦})^{-\text{٣}}}{(\text{١٫٠٦})^{-\text{ن}}}$$

$$\text{١٫١٥} = (\text{١٫٠٦})^{-\text{٣}+\text{ن}}$$

ناخذ لوغاريتم طرفي المساواة :

لع ١٫١٥ = (-٣ + ن) لع ١٫٠٦ .

$$\frac{\text{لع ١٫١٥}}{\text{لع ١٫٠٦}} = (-\text{٣} + \text{ن})$$

$$\text{ن} = \frac{\text{لع ١٫١٥}}{\text{لع ١٫٠٦}} + \text{٣}$$

ن = ٢٫٤١ + ٣ = ٥٫٤١ سنة .

اي أن تاريخ استحقاق السند يقع بعد ٥٫٤١ سنة من الآن .

٣ ـ استبدال سند وحيد بعدة سندات :

سنناقش أولا القيمة الاسمية للسند ثم تاريخ استحقاقه .

آ ـ تحديد القيمة الاسمية للسند .

نريد استبدال سند واحد يستحق الدفع بعد ٥ سنوات بأربعة سندات قيمتها الاسمية وتواريخ استحقاقها كما يلي :

$\text{ج}_{\text{١}}$ = ٢٠٠٠ ويستحق الدفع بعد ١ سنة .

$\text{ج}_{\text{٢}}$ = ٣٠٠٠ ويستحق الدفع بعد ٣ سنوات .

$ج_{٣}$ = ١٠٠٠ ويستحق الدفع بعد ٤ سنوات .

$ج_{٤}$ = ٤٠٠٠ ويستحق الدفع بعد ٧ سنوات .

ماهي القيمة الاسمية للسند علماً بأن معدل الحسم يساوي ٧٪ .

يعتمد ايجاد القيمة الاسمية للسند على المساواة بين القيمة الحالية للسند ومجموع القيم الحالية للسندات الاربعة ، أي :

$$ج\ (١٫٠٧)^{-٥} = ٢٠٠٠\ (١٫٠٧)^{-١} + ٣٠٠٠\ (١٫٠٧)^{-٣} + ١٠٠٠\ (١٫٠٧)^{-٤}$$

$$+\ ٤٠٠٠\ (١٫٠٧)^{-٧}$$

$$= ١٨٦٩٫١٦ + ٢٤٤٨٫٨٩ + ٧٦٢٫٨٩ + ٢٤٩١$$

$$= ٧٥٧١٫٩٤$$

$$ج = \frac{٧٥٧١٫٩٤}{(١٫٠٧)^{-٥}} = ٧٥٧١٫٩٤\ (١٫٠٧)^{٥} = ١٠٦٢٠\ ل.س$$

وهي القيمة الاسمية للسند الوحيد الذي يستحق بعد ٥ سنوات .

ب ـ تحديد تاريخ استحقاق السند :

لنفرض اننا نريد استبدال سند واحد قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ ل.س بالسندات الاربعة الواردة قيمها وتواريخ استحقاقها في الفقرة السابقة ، فما هو تاريخ استحقاق السند اذا كان معدل الفائدة ٧٪ .

انطلاقاً من تساوي القيمة الحالية للسند مع مجموع القيم الحالية للسندات نكتب :

$$١٠٠٠٠\ (١٫٠٧)^{-ن} = ٢٠٠٠\ (١٫٠٧)^{-١} + ٣٠٠٠\ (١٫٠٧)^{-٣} + ١٠٠٠\ (١٫٠٧)^{-٤}$$

$$+\ ٤٠٠٠\ (١٫٠٧)^{-٧}$$

$$١٠٠٠٠\,(١ر٠٧)^{-ن} = ٧٥٧١ر٩٤$$

$$(١ر٠٧)^{-ن} = \frac{٧٥٧١ر٩٤}{١٠٠٠٠} = ٠ر٧٥٧١٩٤$$

وبأخذ لوغاريتم الطرفين :

$$-\,ن \text{ لع } ١ر٠٧ = \text{لع } ٠ر٧٥٧١٩٤$$

$$-\,ن = \frac{\text{لع } ٠ر٧٥٧١٩٤}{\text{لع } ١ر٠٧}$$

$$-\,ن = \frac{-\,٠ر١٢٠٧٩٢٨}{٠ر٠٢٩٣٨٣٨} = -\,١١ر٤$$

ومنــه ن = ١١ر٤ سنة .

رابعاً : مقارنة رؤوس الاموال عبر الزمن :

لنقارن مبلغا قدره ٨٠٠٠٠ ل.س يستحق الدفع بعد سنتين مع مبلغ آخر قدره ١٠٥٠٠٠ ل.س يستحق الدفع بعد ٥ سنوات بمعدل حسم ٥ر٨٪ .

تؤول هذه المسألة الى مقارنة انفاق مبلغ ٨٠٠٠٠ ل.س بعد سنتين بايرادات قدرها ١٠٥٠٠٠ ل.س تستحق بعد ٥ سنوات . هل تعد هذه الصفقة رابحــة أم خاسرة اذا كان معدل الفائدة ٥ر٨٪ .

نستطيع مقارنة القيمة الحالية لهذين المبلغين في عدة فترات زمنية :

١ ــ القيمة الحالية للمبلغين في الوقت الحالي :

$$٨٠٠٠٠\,(١ر٠٨٥)^{-٢} = ٦٧٩٥٦ر٤٢ \text{ ل.س}$$

$$١٠٥٠٠٠\,(١ر٠٨٥)^{-٥} = ٦٩٨٢٩ر٧٧ \text{ ل.س}$$

نلاحظ ان انفاقاً قيمته الحالية ٦٧٩٥٦٫٤٢ ل.س يؤدي الى تحقيق ايرادات قيمتها الحالية ٦٩٨٢٩٫٧٧ ل.س . لذلك هناك ربحاً سيتحقق مما يبرر ذلك الانفاق.

٢ ـ القيمة الحالية للمبلغين في تاريخ استحقاق المبلغ الاول (اي بعد سنتين):

٨٠٠٠٠ القيمة الحالية للمبلغ الاول بعد سنتين

١٠٥٠٠٠ $(١٫٠٨٥)^{-٣}$ = ٨٢٢٠٥٫٣٤ القيمة الحالية للمبلغ الثاني بعد سنتين

وبالطبع فان القرار لا يتغير .

٣ ـ القيمة الحالية للمبلغين في تاريخ استحقاق المبلغ الثاني (أي بعد خمس سنوات :

٨٠٠٠٠ $(١٫٠٨٥)^{٣}$ = ١٠٢١٨٣٫١٢ القيمة الحالية للمبلغ الاول بعد ٥ سنوات

١٠٥٠٠٠ القيمة الحالية للمبلغ الثاني بعد ٥ سنوات

وطبعا فان القرار لم يتغير .

نستنتج من ذلك ، انه مهما كان تاريخ المقارنة بين القيم الحالية للمبلغين فان النتيجة والقرار لا يتغيران .

ونستطيع التوصل الى القرار ذاته وذلك بمقارنة معدل الفائدة الفرضي المؤدي لتساوي النفقات مع الايرادات ومقارنة هذا المعدل بمعدل الفائدة الحقيقي . فحسب ارقام المثال السابق ، تتساوي النفقات المدفوعة بعد سنتين (٨٠٠٠٠) ل.س مع الايرادات التي ستقبض بعد ٥ سنوات والبالغة (١٠٥٠٠٠) ل.س ، اذا كان معدل الفائدة مساويا (م) حيث يمثل هذا المعدل في الواقع معدل الربح ، اي :

$$٨٠٠٠٠\,(١ + م)^{-٢} = ١٠٥٠٠٠\,(١ + م)^{-٥}$$

$$٨٠٠٠٠\,(١ + م)^{٣} = ١٠٥٠٠٠$$

$$(١ + م)^{٣} = \frac{١٠٥٠٠٠}{٨٠٠٠٠} = ١٫٣١٢٥$$

$$٣ \text{ لع } (١ + م) = \text{ لع } ١٫٣١٢٥$$

$$\text{لع } (١ + م) = ٠٫٠٣٩٣٦٦$$

$$١ + م = ١٫٠٩٥$$

$$م = ٩٫٥٪$$

وبما ان معدل الفائدة او الربح المتحقق ٩٫٥٪ اكبر من معدل الفائدة المدفوع في السوق والمساوي ٧٪ ، فهناك اقتصاديا ما يبرر تلك النفقات .

تطبيقات عمليـــة

١ ـ تبلغ القيمة الاسمية لسند ٢٢٠٠٠ ل.س ويستحق الدفع بعد ٨ سنوات، أوجد القيمة الحالية للسند ومقدار الحسم المركب اذا علمت أن معدل الحسم يساوي ٥ر٧٪ .

٢ ـ تبلغ القيمة الاسمية لسند ٢٥٠٠٠ ل.س ويستحق الدفع بعد ٦ سنوات، فاذا بلغ الحسم المركب على السند ٤٥ر٨٣٤١ ل.س . فأوجد معدل الحسم .

٣ ـ تبلغ القيمة الاسمية لسند ٣٠٠٠٠ ل.س وقيمته الحالية ٤٥ر٢٠٣٥٦ ل.س ، فما هو تاريخ استحقاقه اذا كان معدل الحسم ٩٪ .

٤ ـ استبدل سند يستحق الاداء بعد ٥ سنوات بسند قيمتهالاسمية.٤٠٠٠ل.س ويستحق الدفع بعد ٣ سنوات ، أوجد القيمة الاسمية للسند علماً بأن معدلالحسم يساوي ٧٪ .

٥ ـ استبدل سند يستحق الدفع بعد ٤ سنوات بثلاثة سندات .

القيمة الاسمية للسند الاول ١٢٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٣ سنوات .

القيمة الاسمية للسند الثاني ٥٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٤ سنوات .

القيمة الاسمية للسند الثالث ١٨٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٥ سنوات .

أوجد القيمة الاسمية للسند ، مع العلم أن معدل الحسم يساوي ٩٪ .

٦ ـ استبدل سند قيمته الاسمية ١٢٠٠٠ ل.س بثلاثة سندات ،

القيمة الاسمية للسند الاول ٥٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٢ سنة .

القيمة الاسمية للسند الثاني ٤٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٣ سنوات .

القيمة الاسمية للسند الثالث ٣٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٤ سنوات .

أوجد تاريخ استحقاق السند علما بأن معدل الحسم يساوي ٨٪ .

٧ ـ استبدل سند قيمته الحالية ٤٠٩٠٨٫٣٥ ل.س بسندين :

القيمة الاسمية للسند الاول ٢٥٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٢ سنة .

والقيمة الاسمية للسندالثاني ٢٥٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٤ سنوات .

اوجد معدل الحسم .

٨ ـ استبدل سندان متساويي القيمة الاسمية ، يستحق الاول بعد سنة والثاني بعد سنتين بثلاثة سندات :

القيمة الاسمية للسند الاول ٨٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٣ سنوات .

القيمة الاسمية للسند الثاني ١٢٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٥ سنوات .

القيمة الاسمية للسند الثالث ١٥٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٢ سنة .

أوجد القيمة الاسمية لكل من السندين اذا كان معدل الحسم ٨٪.

٩ ـ حسم سندان بمعدل حسم مركب ٧٪ ، القيمة الاسمية للاول ٣٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٨ سنوات ، والقيمة الاسمية للسند الثاني ٥٠٠٠ ل.س ويستحق بعد ٦ سنوات . أوجد التاريخ الذي يتساوى فيه الحسم المركب للسندين .

١٠ ـ استبدلت خمسة سندات متساوية القيمة الاسمية بعد ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ سنة بسند قيمته الاسمية ٣٠٠٠٠ ل.س ويستحق الدفع بعد ٨ سنوات . أوجد القيمة الاسمية لكل من السندات الخمسة اذا علمت أن معدل الحسم ٧٪ .

١١ ـ اشترى شخص أرضا وخير لتسديد قيمتها بأن :

آ ـ يدفع ١٦٥٠٠٠ ل.س بعد سنة .

ب ـ يدفع ١٠٠٠٠٠ ل.س بعد ٣ سنوات و ١٠٠٠٠٠ ل.س بعد ٤ سنوات .

ما هي الطريقة الاكثر فائدة للشخص اذا كان معدل الفائدة ٨٪ .

الفصل السابع

الدفعات الدوريــة

اولا : مفهوم الدفعات الدورية :

يقصد بالدفعات الدورية سلسلة او مجموعة من الدفعات تسدد على فترات زمنية متساوية ، وتكون هذه الدفعات سنوية او نصف سنوية ، او ربع سنوية أو شهرية او غير ذلك . وتعرف الدفعات الدورية بدقة بدلالة عدد من العناصر : الدفعة الاولى ، الفترة الفاصلة بين دفعتين متتاليتين ، عدد الدفعات، مبلغ كل دفعة، معدل التوظيف .. واعتماداً على هذه العناصر يمكن التمييز بين انواع الدفعات الدورية الآتيــة :

الدفعات الدورية الثابتة : وهي الدفعات الدورية التي تتساوى مبالغها .
الدفعات الدورية المتحولة : وهي الدفعات الدورية التي لاتتساوى مبالغها .
الدفعات الدورية العادية : وهي الدفعات الدورية التي تسدد في نهاية الدورة.
الدفعات الدورية الفورية : وهي الدفعات الدورية التي تسدد في بداية الدورة.
الدفعات الدورية الدائمة : وهي الدفعات الدورية التي يستمر دفعها خــلال فترة غير محددة من الزمن .
الدفعات الدورية المحدودة : وهي الدفعات الدورية التي تدفع خلال فترة زمنية محدودة .
الدفعات الدورية المرتبة : وهي الدفعات الدورية التي يتوقف تسديدها عــلى حياة شخص او أشخاص معينين .
الدفعات الدورية الاكيدة : وهي الدفعات الدورية التي لا يتوقف دفعها على حياة شخص أو أشخاص معينين .

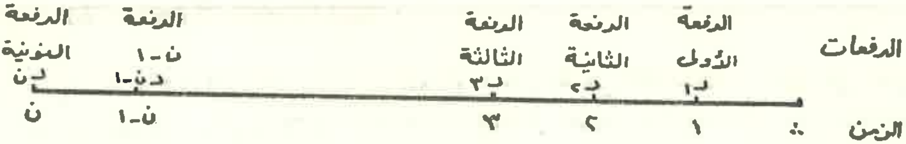
وتهدف الدفعات الدورية بأشكالها المتنوعة تكوين راس مال أو تسديد قرض خلال فترة زمنية معينة .

ثانياً : جملة الدفعات الدورية العادية :

يقصد بجملة الدفعات الدورية مجموع جمل الدفعات الدورية كلها ، اي مجموع كل من مبلغ الدفعة الدورية وفوائدها حتى نهاية مدة التوظيف . ونفرق بين جملة الدفعات الدورية العادية التي تدفع في نهاية الدورة وجملة الدفعات الدوري الفورية التي تسدد في بداية الفترة او الدورة .

١ ـ قانون جملة الدفعات العادية السنوية :

الدفعات الدورية العادية دفعات متساوية في قيمها الاسمية ، تسدد الدفع الاولى في نهاية الدورة الاولى ، والدفعة الثانية في نهاية الدورة الثانية ، والدفع النونية في نهاية الدورة (ن) ويمكن تمثيل ذلك على المحور الآتي :



ولحساب جملة الدفعات الدورية العادية نستعين بالجدول التالي :

ترتيب الدفعة	تاريخ التسديد	مدة التوظيف بالدورة	جملة الدفعة
١	١	(ن − ١)	$د\,(١ + م)^{ن - ١}$
٢	٢	(ن − ٢)	$د\,(١ + م)^{ن - ٢}$
٣	٣	(ن − ٣)	$د\,(١ + م)^{ن - ٣}$
⋮			
ن − ٢	ن − ٢	٢	$د\,(١ + م)^{٢}$
ن − ١	ن − ١	١	$د\,(١ + م)^{١}$
ن	ن	.	$د\,(١ + م)^{.}$

وتساوي جملة الدفعات الدورية العادية التي نرمز اليها بـ ($\text{مج}_{\text{ء}}$) مجموع جملة
دفعات المستنتجة في الحقل الرابع من الجدول ، اي :

$$\text{مج}_{\text{ء}} = \text{د}(1+\text{م})^{0} + \text{د}(1+\text{م})^{1} + \text{د}(1+\text{م})^{2} + \cdots + \text{د}(1+\text{م})^{\text{ن}-2} + \text{د}(1+\text{م})^{\text{ن}-1}$$

تشكل حدود الجملة مجموع متوالية هندسية ، حدها الاول د $(1+\text{م})^{0}$
اساسها (١ + م) وعدد حدودها (ن) ، وبالتعويض في قانون مجموع حدود المتوالية
هندسية يكون :

$$\text{مج} = \text{ب}\,\frac{\text{ر}^{\text{ن}} - 1}{\text{ر} - 1}$$

$$\text{مج}_{\text{ء}} = \text{د}(1+\text{م})^{0}\,\frac{(1+\text{م})^{\text{ن}} - 1}{(1+\text{م}) - 1}$$

$$\text{مج}_{\text{ء}} = \frac{(1+\text{م})^{\text{ن}} - 1}{\text{م}}$$

حيث تمثل د الدفعة الدورية ، م معدل التوظيف ، ن عدد الدورات .

وكما هو واضح يبين القانون السابق مجموع الدفعات السنوية التي تدفع
بشكل دوري في نهاية كل دورة بالاضافة الى فوائد هذه الدفعات حتى نهاية مدة
التوظيف . ونشير الى ان الدفعة الاخيرة لا تنتج اية فائدة ، لان جملة الدفعات
الدورية العادية تسدد مباشرة بعد تسديد الدفعة الاخيرة .

مثال ١ ــ اوجد جملة ١٥ دفعة عادية سنوية تساوي كل منها ١٠٠٠٠ ل.س
بمعدل توظيف ٥ر٨٪ .

$$\text{مج}_{\text{ء}} = ١٠٠٠٠ \; \frac{(١ر٠٨٥)^{١٥} - ١}{٠ر٠٨٥}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times ٢٨ر٢٣٢٢٦٩ = ٢٨٢٣٢٢ر٦٩ \text{ ل.س}$$

٢ ـ تبلغ جملة ٢٠ دفعة عادية سنوية ١٠٠٠٠٠ ل.س ، فاذا كان معدل التوظيف ١٠٪ ، فما هو مقدار الدفعة السنوية ؟.

$$\text{مج}_{\text{ء}} = \text{د} \; \frac{(١ + \text{م})^{\text{ن}} - ١}{\text{م}}$$

$$١٠٠٠٠٠ = \text{د} \; \frac{(١ + ٠ر١٠)^{٢٠} - ١}{٠ر١٠}$$

$$١٠٠٠٠٠ = \text{د} \times ٥٧ر٢٧٥$$

$$\text{د} = \frac{١٠٠٠٠٠}{٥٧ر٢٧٥} = ١٧٤٥ر٩٦ \text{ ل.س}$$

٣ ـ تبلغ جملة ١٨ دفعة عادية سنوية يساوي كل منها ٥٠٠٠ ل.س مقدار ٢٠٠٠٠٠ ل.س ، فما هو معدل التوظيف ؟.

$$\text{مج}_{\text{ء}} = \text{د} \; \frac{(١ + \text{م})^{\text{ن}} - ١}{\text{م}}$$

$$٢٠٠٠٠٠ = ٥٠٠٠ \; \frac{(١ + \text{م})^{١٨} - ١}{\text{م}}$$

$$٤٠ = \frac{(١ + \text{م})^{١٨} - ١}{\text{م}}$$

لا يوجد طريقة رياضية مباشرة يمكن تطبيقها لايجاد معدل التوظيف ، ولكن نستطيع بالتقريب المتدرج ايجاد معدل التوظيف سواء باستخدام الجداول المالية أم الآلات الحاسبة .

نستخدم الآلة الحاسبة ، ونعوض م بالمعدل ٨٪ فنجد أن الطرف الثاني يساوي

٣٧ر٤٥

نعوض بالمعدل ٨ر٥٪ فنجد أن الطرف الثاني يساوي ٣٩ر٣٢
نعوض بالمعدل ٨ر٦٪ فنجد أن الطرف الثاني يساوي ٣٩ر٧١
نعوض بالمعدل ٨ر٦٧٪ فنجد أن الطرف الثاني يساوي ٣٩ر٩٨
نعوض بالمعدل ٨ر٦٧٥٪ فنجد أن الطرف الثاني يساوي ٤٠ر٠٠

اي أن معدل التوظيف يساوي ٨ر٦٧٥٪ .

٤ ـ نريد تكوين رأس مال قدره ٢٠٠٠٠٠٠ ل.س عن طريق دفعات عادية سنوية مبلغ كل منها ٢٠٠٠٠ ل.س ، أوجد عدد هذه الدفعات اذا كان معدل التوظيف ٧ر٥٪ .

$$\text{مج}_{\text{ء}} = \text{د} \; \frac{(\text{١} + \text{م})^{\text{ن}} - \text{١}}{\text{م}}$$

$$\text{٢٠٠٠٠٠٠} = \text{٢٠٠٠٠} \; \frac{(\text{١ر٠٧٥})^{\text{ن}} - \text{١}}{\text{٠ر٠٧٥}}$$

$$\text{١٠} \times \text{٠ر٠٧٥} = (\text{١ر٠٧٥})^{\text{ن}} - \text{١}$$

$$\text{١ر٧٥} = (\text{١ر٠٧٥})^{\text{ن}}$$

$$\text{لع ١ر٧٥} = \text{ن لع ١ر٠٧٥}$$

$$\text{ن} = \frac{\text{لع ١ر٧٥}}{\text{لع ١ر٠٧٥}} = \frac{\text{٠ر٢٤٣٠٣٨٠٥}}{\text{٠ر٠٣١٤٠٨٤٦}} = \text{٧ر٧٣٨}$$

وبما أن عدد الدفعات يجب أن يكون عدداً صحيحاً ، فلا بد للتقريب في هـذه الحالة من استخدام احد الاسلوبين التاليين :

تسدد ٦ دفعات سنوية قيمة كل منها ٢٠٠٠٠ فتبلغ جملتها ١٧٥٧٤٦ر٤٢ ل.س ثم تسدد دفعة سابعة تساوي قيمتها ٢٠٠٠٠٠ ـ ١٧٥٧٤٦ر٤٢ = ٢٤٢٥٣ر٥٧ل.س بالاضافة الى الدفعة السنوية ٢٠٠٠٠ ل.س ، اي ان قيمة الدفعة السابعة تساوي :

$$٢٠٠٠٠ + ٢٤٢٥٣ر٥٧ = ٤٤٢٥٣ر٥٧ \text{ ل.س}$$

وبالطبع فان هذا الحل ممكن ولكنه يؤدي احيانا الى دفعة سنوية أكبر من المعتاد بكثير .

اما الحل الثاني فيكون بأداء ٨ دفعات سنوية قيمة كل منها ٢٠٠٠٠ ل.س

$$\text{فتساوي جملتها } ٢٠٠٠٠ \frac{(١ر٠٧٥)^{٨} - ١}{٠ر٠٧٥} = ٢٠٨٩٢٧ر٤١ \text{ ل.س}$$

ونظراً لأن الجملة الناتجة تزيد عن الـ ٢٠٠٠٠٠ ل.س ، فاننا ننقص مـن الدفعة الاخيرة مقدار الزيادة ، فتكون الدفعة الثامنة اذن :

$$٢٠٠٠٠ - (٢٠٨٩٢٧ر٤١ - ٢٠٠٠٠٠) = ١١٠٧٢ر٥٩ \text{ ل.س}$$

وقد تؤدي هذه الطريقة في بعض الحالات الى نتائج غير منطقية ، لذلك يجب التأكد من صحة الحل قبل اختياره .

٢ ـ توظيف جملة الدفعات العادية لفترة زمنية اضافية (ز) :

يمكن في بعض الحالات توظيف جملة الدفعات الدورية العادية فترة مـن الزمن بعد انتهاء تسديدها . فبعد دفع المبلغ الاخير تترك الفوائد والمبالغ فترة زمنية اضافية قدرها (ز) دورة ، في هذه الحالة تبلغ قيمة راس المال المكون :

$$\text{مج}_{\text{ز}} = \text{مج}_{\text{ء}} (١ + \text{م})^{\text{ز}}$$

$$\text{او}\quad \text{مج}_{ن} = [\,\text{د}\ \frac{(1+\text{م})^{ن} - 1}{\text{م}}\,]\ (1+\text{م})^{ز}$$

مثال : وظفنا جملة ١٥ دفعة عادية سنوية تساوي كل منها ١٠٠٠ ل.س لمدة ٦ سنوات ماهو المبلغ المستعاد اذا كان معدل التوظيف ٩٫٥ ٪ .

$$\text{مج}_{6} = [\,1000\ \frac{(1{,}095)^{15} - 1}{0{,}095}\,]\ (1{,}095)^{6}$$

$$\text{مج}_{6} = 30540{,}23\ (1{,}095)^{6} = 52644{,}98 \text{ ل.س}$$

٣ ـ جملة الدفعات العادية الشهرية :

لايجاد جملة الدفعات العادية الشهرية ، تبقى القوانين السابقة صالحة الاستعمال شريطة استبدال المعدل المكافىء الشهري م_{12} بالمعدل السنوي م ،

ويحسب المعدل المكافىء الشهري من العلاقة :

$$(1+\text{م}_{12})^{12} = (1+\text{م})$$

مثال : اوجد جملة الدفعات العادية لـ ٨٤ دفعة شهرية تساوي كل منها ١٠٠٠ ل.س بمعدل توظيف سنوي ١٠ ٪ .

نوجد أولا المعدل الشهري المكافىء للمعدل السنوي ١٠ ٪ وفق العلاقة السابقة:

$$(1+\text{م}_{12})^{12} = (1+\text{م})$$

$$\left(\text{١} + \text{م}_{\text{١٢}}\right)^{\text{١٢}} = \text{١ر١٠}$$

$$\text{١٢ لو}\left(\text{١} + \text{م}_{\text{١٢}}\right) = \text{لو ١ر١٠}$$

$$\text{لو}\left(\text{١} + \text{م}_{\text{١٢}}\right) = \frac{\text{لو ١ر١٠}}{\text{١٢}} = \frac{\text{٠ر٠٤١٣٩٢٦}}{\text{١٢}} = \text{٠ر٠٠٣٤٤٩٣٩}$$

$$\text{م}_{\text{١٢}} = \text{٠ر٠٠٧٩٧}$$

ثم نطبق قانون الجملة : $\text{مج}_{\text{ء}} = \text{د} \; \dfrac{\left(\text{١}+\text{م}\right)^{\text{ن}} - \text{١}}{\text{م}}$

$$\text{مج}_{\text{ء}} = \text{١٠٠٠} \; \frac{\left(\text{١}+\text{٠ر٠٠٧٩٧}\right)^{\text{٨٤}} - \text{١}}{\text{٠ر٠٠٧٩٧}}$$

$$\text{مج}_{\text{ء}} = \text{١١٨٩٥١ر٦٧ ل.س}$$

٤ ـ القيمة الحالية لجملة دفعات عادية :

نسمي القيمة الحالية لمجموعة من الدفعات الدورية العادية ونرمز اليها ب قح ($\text{مج}_{\text{ء}}$) مجموع القيم الحالية للدفعات الدورية في زمن الاساس (٠) اي قبل دورة زمنية واحدة من تسديد الدفعة العادية الاولى ، ونستعين بالجدول الآتي لايجاد القيمة الحالية .

ترتيب الدفعات	تاريخ الدفعة	عدد الدورات التي تحسم خلالها الدفعة	القيمة الحالية للدفعة
١	١	١	$\text{د}(1+\text{م})^{-1}$
٢	٢	٢	$\text{د}(1+\text{م})^{-2}$
٣	٣	٣	$\text{د}(1+\text{م})^{-3}$
⋮			
ن ـ ٢	ن ـ ٢	ن ـ ٢	$\text{د}(1+\text{م})^{-(\text{ن}-2)}$
ن ـ ١	ن ـ ١	ن ـ ١	$\text{د}(1+\text{م})^{-(\text{ن}-1)}$
ن	ن	ن	$\text{د}(1+\text{م})^{-\text{ن}}$

ونلاحظ من هذا الجدول أن مجموع القيم الحالية للدفعات العادية قح ($\text{مج}_{\text{ء}}$) يساوي :

$$\text{قح}(\text{مج}_{\text{ء}}) = \text{د}(1+\text{م})^{-1} + \text{د}(1+\text{م})^{-2} + \text{د}(1+\text{م})^{-3} + \cdots + \text{د}(1+\text{م})^{-\text{ن}}$$

وهذا المجموع عبارة عن مجموع حدود متوالية هندسية متناقصة حدها الاول $\text{د}(1+\text{م})^{-1}$ وعدد حدودها (ن) وأساسها $(1+\text{م})^{-1}$ ، وبتطبيق قانون مجموع المتوالية الهندسية المتناقصة يكون :

$$\text{مج} = \text{ب}\,\frac{1-\text{ر}^{\text{ن}}}{1-\text{ر}}$$

$$\text{قح}\,(\text{مج}_{\text{ء}}) = \text{د}\,(١ + \text{م})^{-١}\; \frac{١ - (١ + \text{م})^{-\text{ن}}}{١ - (١ + \text{م})^{-١}}$$

$$\text{قخ}\,(\text{مج}_{\text{ء}}) = \text{د}\,.\,\frac{١}{(١ + \text{م})}\,.\,\frac{١ - (١ + \text{م})^{-\text{ن}}}{١ - (١ + \text{م})^{-١}}$$

$$\text{قح}\,(\text{مج}_{\text{ء}}) = \text{د}\,\frac{١ - (١ + \text{م})^{-\text{ن}}}{(١ + \text{م}) - (١ + \text{م})\,(١ + \text{م})^{-١}}$$

$$\text{قح}\,(\text{مج}_{\text{ء}}) = \text{د}\,\frac{١ - (١ + \text{م})^{-\text{ن}}}{(١ + \text{م}) - ١}$$

$$\text{قح}\,(\text{مج}_{\text{ء}}) = \text{د}\,\frac{١ - (١ + \text{م})^{-\text{ن}}}{\text{م}}$$

ونشير الى أن القيمة الحالية لسلسلة من الدفعات الدورية تحسب قبل دورة زمنية من تاريخ الدفعة الاولى وليس بتاريخ الدفعة الاولى .

مثال ١ ــ أوجد القيمة الحالية لـ ١٥ دفعة عادية سنوية قيمة كل منها ١٠٠٠ ل.س بمعدل حسم ٨٪ .

$$\text{قح}\,(\text{مج}_{\text{ء}}) = ١٠٠٠\,\frac{١ - (١ + ٠٫٠٨)^{-١٥}}{٠٫٠٨}$$

$$\text{قح}\,(\text{مج}_{\text{ء}}) = ١٠٠٠ \times ٨٫٥٥٩٤٨$$

$$= ٨٥٥٩٫٤٨\ \text{ل.س}$$

٢ ـ تبلغ القيمة الحالية لـ ١٠ دفعات عادية سنوية ٢٠٠٠٠٠ ل.س بمعدل حسم ٥ر١٠٪ أوجد مقدار الدفعة السنوية .

$$\text{قح}\,(\text{مج})_{\text{ء}} = \text{د}\ \frac{1 - (1 + \text{م})^{-\text{ن}}}{\text{م}}$$

$$200000 = \text{د}\ \frac{1 - (1{,}105)^{-10}}{0{,}105}$$

$$21000 = \text{د} \times 0{,}63155$$

$$\text{د} = 33251{,}46 \text{ ل.س}$$

٣ ـ تبلغ القيمة الحالية لـ ١٢ دفعة عادية سنوية تساوي كل منها ١٢٥٠٠ ل.س مبلغ ٩٠٠٠٠ ل.س ، أوجد معدل الحسم .

$$\text{قح}\,(\text{مج})_{\text{ء}} = \text{د}\ \frac{1 - (1 + \text{م})^{-\text{ن}}}{\text{م}}$$

$$90000 = 12500\ \frac{1 - (1 + \text{م})^{-12}}{\text{م}}$$

$$7{,}2 = \frac{1 - (1 + \text{م})^{-12}}{\text{م}}$$

نوجد قيمة م بالتدريج وبالتقريب :

بتعويض قيم م بالعلاقة $\frac{1 - (1 + \text{م})^{-12}}{\text{م}}$ وبمقارنة الناتج بـ ٢ر٧ يكون :

المعدل ٨٪ يؤدي الى ناتج مقداره ٧ر٥٣

المعدل ٨ر٥٪ يؤدي الى ناتج مقداره ٧ر٣٤٤٧

المعدل ٨ر٧٪ يؤدي الى ناتج مقداره ٧ر٢٧

المعدل ٨ر٨٪ يؤدي الى ناتج مقداره ٧ر٢٣٣

المعدل ٨ر٨٩٪ يؤدي الى ناتج مقداره ٧ر٢

اي أن معدل الحسم يساوي ٨ر٨٩٪

٤ ـ تبلغ القيمة الحالية لجملة دفعات عادية سنوية ١٤٠٠٠٠ ل.س ، فاذا كان مبلغ الدفعة ٢٠٠٠٠ ل.س ، ومعدل التوظيف ١٠٪ . فما هو عدد الدفعات .

$$\text{قح}\,(\text{مج}_{\text{ء}}) = \text{د}\ \frac{\text{١} - (\text{١} + \text{م})^{-\text{ن}}}{\text{م}}$$

$$\text{١٤٠٠٠٠} = \text{٢٠٠٠٠}\ \frac{\text{١} - (\text{١} + \text{٠ر١٠})^{-\text{ن}}}{\text{٠ر١٠}}$$

$$\text{٠ر٧} = \text{١} - (\text{١ر١٠})^{-\text{ن}}$$

$$-\ \text{٠ر٣} = -\ (\text{١ر١٠})^{-\text{ن}}$$

$$\text{٠ر٣} = (\text{١ر١٠})^{-\text{ن}}$$

$$\text{لع ٠ر٣} = -\,\text{ن لع ١ر١٠}$$

$$\text{ن} = -\ \frac{\text{لع ٠ر٣}}{\text{لع ١ر١٠}}$$

$$\text{ن} = -\ \frac{\text{٠ر٥٢٢٨٧٨٧٤}}{\text{٠ر٠٤١٣٩٢٦٨٥}} = \text{١٢ر٦٣}$$

ونظراً لأن عدد الدفعات يجب أن يساوي عدداً صحيحاً ، فيمكن اختيار احد الاسلوبين :

١ ـ يمكن أن يكون عدد الدفعات ١٢ دفعة على أن نزيد الدفعة رقم ١٢ بمبلغ (س) حيث يحسب هذا المبلغ من العلاقة التالية :

$$١٤٠٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ \frac{١ - (١ر١٠)^{-١٢}}{٠ر١٠} + س\,(١ر١٠)^{-١٢}$$

$$٣٧٢٦ر١٦٣ = س\,(١ر١٠)^{-١٢}$$

$$س = ١١٦٩٤ر٢٩$$

وهكذا تبلغ الدفعة الاخيرة رقم (١٢) :

$$٢٠٠٠٠ + ١١٦٩٤ر٤٩ = ٣١٦٩٤ر٢٩ \text{ ل.س}$$

٢ ـ يمكن أن يكون ن عدد الدفعات ١٣ دفعة على أن تخفض الدفعة رقم ١٣ بمبلغ (ع) حيث يحسب هذا المبلغ من العلاقة التالية :

$$١٤٠٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ \frac{١ - (١ر١٠)^{-١٣}}{٠ر١٠} - ع\,(١ر١٠)^{-١٣}$$

$$١٤٠٠٠٠ = ١٤٢٠٦٧ر١٢٤ - ع\,(١ر١٠)^{-١٣}$$

$$٢٠٦٧ر١٢٤ = ع\,(١ر١٠)^{-١٣}$$

$$ع = ٧١٣٦ر٢٧$$

أي أن الدفعة ١٣ تساوي :

$$٢٠٠٠٠ - ٧١٣٦ر٢٧ = ١٢٨٦٣ر٧٣ \text{ ل.س}$$

٥ ـ القيمة الحالية لجملة دفعات عادية غير سنوية :

لايجاد القيمة الحالية لجملة دفعات عادية غير سنوية نطبق قانون القيمة الحالية لجملة دفعات عادية سنوية بعد حساب معدل الحسم المكافىء للمعدل السنوي حسب العلاقـة :

$$\left(1 + \text{م}_{\text{د}}\right)^{\text{د}} = \left(1 + \text{م}\right)$$

مثال : اوجد القيمة الحالية في زمن الاساس (ربع سنة قبل الدفعة الاولى) لـ ٦٠ دفعة ربع سنوية تساوي كل منها ٥٠٠٠ ل.س بمعدل حسم سنوي ١٠٪ .

نحسب معدل الحسم ربع السنوي المكافىء لمعدل الحسم السنوي ١٠٪ حسب العلاقـة :

$$\left(1 + \text{م}_{٤}\right)^{٤} = \left(1 + \text{م}\right)$$

$$\left(1 + \text{م}_{٤}\right)^{٤} = ١\text{ر}١٠$$

$$٤ \text{ لع } \left(1 + \text{م}_{٤}\right) = \text{لع } ١\text{ر}١٠$$

$$\text{لع } \left(1 + \text{م}_{٤}\right) = \frac{\text{لع } ١\text{ر}١٠}{٤} = ٠\text{ر}٠١٠٣٤٨$$

$$\text{م}_{٤} = ٠\text{ر}٠٢٤١١$$

$$\text{قح (مج)} = \text{د} \; \frac{1 - \left(1 + \text{م}\right)^{-\text{ن}}}{\text{م}}$$

$$\text{قح}\,(\text{مج}_{\text{ء}}) = ٥٠٠٠ \; \frac{١ - (١٫٠٢٤١١)^{-٦٠}}{٠٫٠٢٤١١}$$

$$\text{قح}\,(\text{مج}_{\text{ء}}) = ١٥٧٧٢٦٫٣٠ \text{ ل.س}$$

ثالثاً : جملة الدفعات الدورية الفورية :

يقصد بجملة الدفعات الدورية الفورية جملة مجموعة من الدفعات المتساوية بحيث تسدد الدفعة الاولى فوراً أي في بداية الدورة الاولى ، والدفعة الثانية في بداية الدورة الثانية ، والدفعة الثالثة في بداية الدورة الثالثة ، والدفعة النونية في بداية الدورة (ن) . ويمكن تمثيل الدفعات الدورية على المحور التالي :

الدفعات	د١	د٢	د٣	د٤	.....	دن-١	دن	
الزمن	٠	١	٢	٣	....	ن-٢	ن-١	ن

ويبدو واضحاً من الشكل ان كل دفعة من الدفعات الفورية قد وظفت دورة اضافية عن الدفعات العادية ، لذلك فان جملة الدفعات الفورية (الموظفة في بداية الدورات) تساوي جملة الدفعات العادية (الموظفة في نهاية الدورات) مضروبة ب (١ + م) ، أي :

$$\text{مج}_{\text{ف}} = \text{مج}_{\text{ء}} \, (١ + \text{م})$$

$$\text{مج}_{\text{ف}} = \left[\text{د} \; \frac{(١ + \text{م})^{\text{ن}} - ١}{\text{م}}\right] (١ + \text{م})$$

$$\text{مج}_{\text{ف}} = \text{د} \; \frac{(١ + \text{م})^{\text{ن} + ١} - (١ + \text{م})}{\text{م}}$$

$$\text{مج}_{\text{ف}} = \text{د}\ \frac{(1+\text{م})^{\text{ن}+1} - 1 - \text{م}}{\text{م}}$$

$$\text{مج}_{\text{ف}} = \text{د}\ \frac{(1+\text{م})^{\text{ن}+1} - 1}{\text{م}} - 1$$

كذلك الامر بالنسبة للقيمة الحالية لجملة الدفعات الفورية ، فهي تساوي القيمة الحالية لجملة الدفعات العادية مضروبة بـ (١ + م) . أي :

$$\text{قح}\,(\text{مج}_{\text{ف}}) = \text{قح}\,(\text{مج}_{\text{ع}})\,(1+\text{م})$$

$$\text{قح}\,(\text{مج}_{\text{ف}}) = \text{د}\left[\frac{1-(1+\text{م})^{-\text{ن}}}{\text{م}}\right](1+\text{م})$$

ومن الواضح انه لا يوجد فرق جوهري بين جملة الدفعات العادية التي تسدد في نهاية الدورة وجملة الدفعات الفورية التي تسدد في بداية الدورة ، كل ما في الامر ، أن الدفعات الفورية توظف دورة اضافية بمقارنتها بالدفعات العادية ، لذلك يجب اخذ هذا الفارق بعين الاعتبار سواء عند حساب جملة الدفعات أم عند حساب القيمة الحالية .

رابعاً : تاريخ الاستحقاق الوسطي لجملة دفعات دورية عادية :

لنفرض أن لدينا (ن) دفعة عادية متساوية ، القيمة الاسمية لكل منها (د) ، وتستحق على التوالي بعد ١ ، ٢ ، ٣ ، .. ، ن دورة . ولنفرض أن لدينا سنداً قيمته الاسمية (د × ن) أي أن القيمة الاسمية للسند تساوي مجموع القيم الاسمية للدفعات العادية ، وان تاريخ استحقاق هذا السند هو (س) دورة اعتباراً من مبدأ الزمن لسلسلة الدفعات الدورية ، فاذا تحققت المساواة التالية في مبدا الزمن :

القيمة الحالية لمجموع الدفعات العادية = القيمــة الحالية للسند

أي

$$\text{د}\,\frac{1-(1+\text{م})^{-\text{ن}}}{\text{م}} = (\text{د} \times \text{ن})\,(1+\text{م})^{-\text{س}}$$

فان التاريخ (س) يسمى بتاريخ الاستحقاق الوسطي للدفعــات العاديــة ، ونستطيع أن نكتب :

$$(1+\text{م})^{-\text{س}} = \frac{1-(1+\text{م})^{-\text{ن}}}{\text{ن} \times \text{م}}$$

$$(1+\text{م})^{\text{س}} = \frac{\text{ن} \times \text{م}}{1-(1+\text{م})^{-\text{ن}}}$$

ونلاحظ هنا خلافاً لما رأيناه في بحث الفائدة البسيطة ، أن تاريخ الاستحقــاق الوسطي غير مستقل عن معدل التوظيف (م) ولكنه مرتبط ومتعلق به .

مثال : أوجد تاريخ الاستحقاق الوسطي لعشر دفعات متساوية عادية سنوية علماً بأن معدل الحسم ٩ر٥ ٪ .

نطبق العلاقــة :

$$(1+\text{م})^{\text{س}} = \frac{\text{ن} \times \text{م}}{1-(1+\text{م})^{-\text{ن}}}$$

$$(1+\text{٠ر٠٩٥})^{\text{س}} = \frac{\text{١٠} \times \text{٠ر٠٩٥}}{1-(1+\text{٠ر٠٩٥})^{-\text{١٠}}}$$

$$(1{,}095)^{س} = \frac{0{,}95}{1-(1{,}095)^{-10}}$$

$$(1{,}095)^{س} = 1{,}5926615019$$

س لع ١٫٠٩٥ = لع ١٫٥٩٢٦٦١٥٠١٩

$$س = \frac{لع\ 1{,}5926615019}{لع\ 1{,}095} = \frac{0{,}20212349}{0{,}039414119} = 5{,}128$$

اي ان تاريخ الاستحقاق الوسطي يقع بعد ٥ سنوات و ١٫٥ شهر تقريباً اعتباراً من مبدأ الزمن (دورة زمنية قبل الدفعة الاولى) .

خامساً : مقارنة الدفعات الدورية :

سنقارن أولا بين مجموعة دفعات ومبلغ وحيد ، ثم بين سلسلتين من الدفعات الدورية .

١ ــ مقارنة دفعات دورية مع مبلغ وحيد :

قارن باستخدام معدل حسم ١٠٪ سلسلة من ٢٠ دفعة قيمة كل منها ٢٠٠٠ ل.س تسدد على التوالي في السنة ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، ٢٠ ودفعة وحيدة قيمتها ١٩٠٠٠ ل.س سددت في السنة الثامنة .

نقارن اذن في زمن الاساس بين القيمة الحالية لجملة الدفعات والقيمة الحالية للسند . القيمة الحالية لجملة الدفعات :

$$قح\ (مج)_{ء} = د \frac{1-(1+م)^{-ن}}{م}$$

$$\text{قح (مج)} = ١٠٠٠ \; \frac{١ - (١\text{ر}١٠)^{-٢٠}}{٠\text{ر}١٠} = ١٠٠٠ \times ٨\text{ر}٥١٣٥٦٤ = ٨٥١٣\text{ر}٥٦٤ \text{ ل.س}$$

$$\text{القيمة الحالية للسند} = \text{قح} = \text{ر} \; (١ + \text{م})^{-\text{ن}}$$

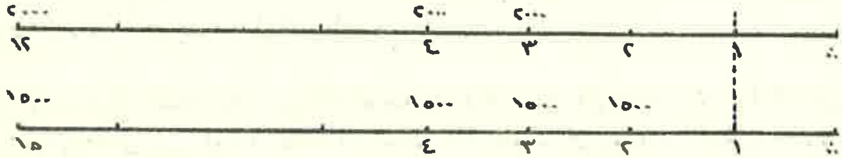
$$\text{قح} = ١٩٠٠٠ \; (١\text{ر}١٠)^{-٨}$$

$$\text{قح} = ١٩٠٠٠ \times ٠\text{ر}٤٦٦٥٠٧ = ٨٨٦٣\text{ر}٦٣ \text{ ل.س}$$

ونلاحظ أن القيمة الحالية لجملة الدفعات أقل من القيمة الحالية للسند .

٢ ـ مقارنة سلسلتين من الدفعات الدورية العادية :

نقارن مجموعة من ١٠ دفعات دورية عادية قيمة كل منها ٢٠٠٠ ل.س تسدد في الفترات ٣ ، ٤ ، ... ، ١٢ مع مجموعة أخرى من ١٤ دفعة دورية عادية قيمة كل منها ١٥٠٠ ل.س تسدد في الفترات ٢ ، ٣ ، ..... ، ١٥ بمعدل توظيف ٩٪ .



يمكن اجراء المقارنة في السنة الاولى من كل من السلسلتين ، وهنا السنة الاولى هي أيضاً بداية السلسلة الثانية :

$$\text{سلسلة الدفعات الاولى :} \; ٢٠٠٠ \; \frac{١ - (١\text{ر}٠٩)^{-١٠}}{٠\text{ر}٠٩} \; (١\text{ر}٠٩)^{-١} = ١١٧٧٥\text{ر}٥٢ \text{ ل.س}$$

$$\text{سلسلة الدفعات الثانية :} \; ١٥٠٠ \; \frac{١ - (١\text{ر}٠٩)^{-١٤}}{٠\text{ر}٠٩} = ١١٦٧٩\text{ر}٢٢ \text{ ل.س}$$

ونلاحظ أن القيمة الحالية للسلسلة الاولى تزيد عن القيمة الحالية للسلسلة الثانية .

تطبيقات عملية

١ ـ يدفع شخص كل سنتين مبلغ ١٥٠٠٠ ل.س لمؤسسة ادخارية بمعدل توظيف ٨٪ ، سدد الدفعة الاولى بتاريخ ١٩٧٥/١/١ وسيسدد الدفعة الاخيرة في ١٩٩٠/١/١ ، اوجد قيمة راس المال المكون في التواريخ التالية :

آ ـ في ١٩٩٠/١/١
ب ـ في ١٩٩١/١/١
حـ ـ في ١٩٩٦/١/١

٢ ـ تتألف مجموعة من الدفعات العادية عددها ١٠ دفعات سنوية ، وظفت بمعدل ١٠٪ وبلغت جملتها ١٥٩٣٧٤٫٢٥ ل.س ، اوجد مقدار الدفعة السنوية .

٣ ـ تبلغ جملة عشر دفعات عادية سنوية بلغ كل منها ١٠٠٠ ل.س مقدار ١٥٠٠٠ ل.س ، اوجد معدل التوظيف .

٤ ـ تبلغ جملة عدد من الدفعات العادية مبلغ كل منها ١٥٠٠٠ ل.س مقدار ٢٨٤٦٥٦٫٩٠ ل.س اوجد عدد الدفعات اذا علمت أن معدل التوظيف ٨٪.

٥ ـ اوجد جملة ٢٠ دفعة شهرية قيمة كل منها ١٠٠٠ ل.س بمعدل توظيف سنوي ١٠٪ .

٦ ـ اوجد جملة عشر دفعات قيمة كل منها ١٨٠٠٠ ل.س تدفع كل سنتين بمعدل توظيف سنوي ٩٪.

٧ ـ اوجد بتاريخ ١٩٨٢/٨/١٢ قيمة مجموعة من الدفعات يبلغ مقدار كل منها ١٢٥٠٠ ل.س . سددت الدفعة الاولى في ١٩٨٣/٨/١٢ وتسدد الدفعة الاخيرة في ١٩٩٧/٨/١٢ بمعدل توظيف سنوي ١٠٫٥٪ ، ثم اوجد جملة هذه الدفعات بتاريخ ١٩٨٠/١٠/١٥ .

٨ ـ اوجد مقدار الدفعة السنوية لكل من ١٥ دفعة عادية قيمتها الحالية ٢٥٠٠٠ ل.س بمعدل توظيف سنوي ١١٪.

٩ ـ أوجد معدل التوظيف لـ ١٢ دفعة عادية قيمة كل منها ٤٠٠٠٠ ل.س وقيمتها الحالية ٥٠٠٠٠٠ ل.س.

١٠ ـ أوجد عدد الدفعات العادية قيمة كل منها ٣٠٠٠٠ ل.س ، وقيمتها الحالية ١٨٠٠٠٠ ل.س بمعدل توظيف سنوي ٩٫٧٥٪.

١١ ـ أوجد القيمة الحالية لـ ٥٠ دفعة شهرية عادية قيمة كل منها ١٥٠٠٠ ل.س وظفت بمعدل سنوي ١١٪.

١٢ ـ أوجد تاريخ الاستحقاق الوسطي لسلسلة من ٢٥ دفعة عادية قيمة كل منها ١٢٠٠٠ ل.س وظفت بمعدل ١٠٪ .

١٣ ـ أوجد الجملة والقيمة الحالية لـ ١٢ دفعة عادية منها : ٤ دفعات قيمة كل منها ١٥٠٠ ل.س و ٤ دفعات قيمة كل منها ٢٠٠٠ ل.س ، و ٤ دفعات قيمة كل منها ٣٠٠٠ ل.س ، علماً بأن معدل التوظيف ١٢٪ .

١٤ ـ خير أحد الاشخاص تسديد قرض بأحد الاساليب التالية :

آ ـ ان يدفع فوراً مبلغ ٨٢٠٠٠ ل.س .

ب ـ أن يدفع سندين قيمة كل منهما ٩٧٠٠٠ ل.س يستحقان على التوالي بعد ٥ و ١٠ سنوات .

حـ ـ ان يدفع عشرة سندات شهرية قيمة كل منها ١٥٠٠٠ ل.س يستحق الاول بعد سنة ، فأي أسلوب يختار اذا كان معدل التوظيف ١٣٪.

١٥ ـ قارن بين ٨ دفعات نصف سنوية قيمة كل منهـا ١٠٠٠ ل.س تدفع الاولى بعد نصف سنة و ١٠ دفعات نصف سنوية قيمة كل منها ٩٠٠ ل.س تدفع الاولى بعد عام بمعدل توظيف نصف سنوي قدره ٦٪ .

الفصل الثامن

استهلاك القروض

يحتاج الأفراد والشركات لتمويل استثماراتهم للاقتراض من المؤسسات المالية والادخارية وذلك لتأمين السيولة النقدية الفورية . ويستلزم الافتراض بالطبع أن يسدد المدين التزاماته بدفع ما عليه من فوائد القرض ومبلغه . تتبع عادة أساليب عديدة لاطفاء القروض ، فقد يسدد القرض وفوائده دفعة واحدة في نهايـة مـدة القرض ، أو يسدد القرض وفوائده على دفعات ثابتة ، أو غير ذلك من الاساليب المتبعة في اطفاء القروض . ولاختيار الاسلوب الذي يتلاءم مع امكانات وظروف المقترض سنقوم باستعراض أهم هذه الاساليب ، وسنبين القوانين المطبقة في حساب الاستهلاكات والفوائد والدفعات .

اولا : مفهوم الحساب الجاري طويل الاجل :

يختلف الحساب الجاري طويل الاجل عن الحساب الجاري العادي في أن الحساب الجاري العادي يهدف الى تسجيل العمليات الدائنة والمدينة الجارية خلال فترة قصيرة من الزمن في حين يسجل في الحساب الجاري طويل الاجل العمليات الدائنة والمدينة بالاضافة الى الفوائد المترتبة عليها وهذا ما سنبينه على ضوء المثال التالي .

مثال : في ١٩٧١/٤/١ اقترض سعيد من احمد ٣٠٠٠ ل.س ، وقد سدد احمد هذا المبلغ بدفعتين الاولى في ١٩٧٤/٤/١ وقيمتها ١٠٠٠ ل.س ، والثانية في ١٩٧٥/٤/١ وبلغت قيمتها ٢٠٠٠ ل.س ، فما هو رصيد حساب سعيد في سجلات احمد بتاريخ ١٩٧٦/٤/١ اذا اتفق الطرفان على أن تنتج العمليات الدائنة والمدينة فوائد معدلها السنوي ١٢٪ .

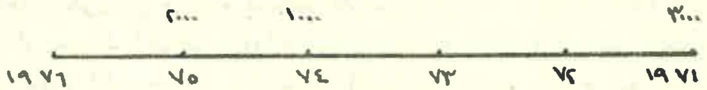
١ ـ الطريقة المباشرة :

لنفتح الحساب الجاري لاحمد في دفاتر سعيد ولنسجل المبالغ المدينة والدائنة وفق قواعد المحاسبة التجارية المعروفة .

الحساب الجاري لأحمد

من		الى	
٣٠٠٠	قرض ١٩٧١/٤/١	١٠٠٠	دفعة ١٩٧٤/٤/١
		٢٠٠٠	دفعة ١٩٧٥/٤/١

يتعلق الرصيد النهائي للحساب الجاري بفوائد المبالغ .



لنحسب جملة المبالغ في ١٩٧٦/٤/١ .

جملة المبالغ المدينة في ١٩٧٦/٤/١ : ٣٠٠٠ (١ + ١٢ر٠)^{٥} = ٥٢٨٧ر٠٣

جملة المبالغ الدائنة في ١٩٧٦/٤/١ : ١٠٠٠ (١٢ر١)^{٢} + ٢٠٠٠ (١٢ر١)^{١} = ٣٤٩٤ر٤٠

وبالتالي فيكون الرصيد مدين بمبلغ :

٥٢٨٧ر٠٣ ـ ٣٤٩٤ر٤٠ = ١٧٩٢ر٦٣

فاذا رمزنا للرصيد عام ١٩٧٦ ب (ص$_{٧٦}$) ، فان هذا الرصيد يساوي :

ص$_{٧٦}$ = ٣٠٠٠ × ١٢ر١^{٥} ـ ١٠٠٠ × ١٢ر١^{٢} ـ ٢٠٠٠ × ١٢ر١ = ١٧٩٢ر٦٣

حيث اعتبرت المبالغ المدينة وفوائدها موجبة والمبالغ الدائنة وفوائدها سالبة .

٢ ـ طريقة الارصـــدة :

تعتمد هذه الطريقة على تسجيل العملية دائنة كانت أم مدينة ، ثم حساب رصيد الحساب بدءاً من العملية الاولى ، ثم تحسب الفائدة على هذا الرصيد اعتباراً من تاريخ الرصيد وحتى تاريخ العملية التالية ، وهكذا حتى تاريخ اقفال الحساب الجاري . وباتباع هذه المراحل نجد أن :

الرصيد بتاريخ ١٩٧١/٤/١ ، $\text{ص}_{٧١} = ٣٠٠٠$

الرصيد بعد تسجيل عملية ١٩٧٤/٤/١ $\text{ص}_{٧٤} = \text{ص}_{٧١}\,(١٢ر١)^{٣} - ١٠٠٠$

$$\text{ص}_{٧٤} = ٣٠٠٠\,(١٢ر١)^{٣} - ١٠٠٠$$

الرصيد بعد تسجيل عملية ١٩٧٥/٤/١ $\text{ص}_{٧٥} = \text{ص}_{٧٤}(١٢ر١) - ٢٠٠٠ = ٣٢١٤ر٧٨$

$$\text{ص}_{٧٥} = [٣٠٠٠(١٢ر١)^{٣} - ١٠٠٠](١٢ر١) - ٢٠٠٠$$

$$\text{ص}_{٧٥} = ٣٠٠٠(١٢ر١)^{٤} - ١٠٠٠(١٢ر١) - ٢٠٠٠ = ١٦٠٠ر٥٦$$

الرصيد بعد تسجيل عملية ١٩٧٦/٤/١ $\text{ص}_{٧٦} = \text{ص}_{٧٥}\,(١٢ر١)$

$$\text{ص}_{٧٦} = [٣٠٠٠(١٢ر١)^{٤} - ١٠٠٠(١٢ر١) - ٢٠٠٠](١٢ر١)$$

$$\text{ص}_{٧٦} = ٣٠٠٠(١٢ر١)^{٥} - ١٠٠٠(١٢ر١)^{٢} - ٢٠٠٠(١٢ر١) = ١٧٩١ر٦٣$$

ونلاحظ أن هذه الطريقة تمكن من حساب رصيد الحساب الجاري مباشرة بعد كل عملية جارية .

ثانياً ـ تسديد القرض وفوائده دفعة واحدة في نهاية مدة القرض :

قبل الحديث عن الطريقة الاولى لاطفاء القروض ، لنتعرض للرموز المستخدمة في هذا المجال . لنفرض انه قد منح قرض بمبلغ ما على أن تسدد قيمته على عـدد من الدورات الزمنية بمعدل فائدة معين . نرمز للمبلغ المقرض (ق) كما نرمز لهذا المبلغ أيضا بـ (ق) للدلالة على القيمة الاسمية للقرض في الفترة (٠) أي في فترة الاساس . نرمز للدفعات التي يسددها المدين $د_{١}$ ، $د_{٢}$ ، ... ، $د_{ن}$ في الدورات ١ ، ٢ ، ... ، ن وقد تكون هذه الدفعات سنوية أو نصف سنوية أو ربع سنوية أو شهرية . وتتضمن كل دفعة (د) جزءاً من القرض يدعى استهلاكاً (ك) اضافة الى الفائدة الدورية (ف) ، أي ان د = ك + ف . ونرمز اخيراً لمعدل الفائدة (م) .

قد تكون أبسط الاساليب في تسديد القروض ان يعمد المستقرض الى تأدية دينه وفوائده دفعة واحدة في نهاية مدة القرض . فاذا كانت القيمة الاسمية للقرض (ق) ومدته (ن) ومعدل الفائدة (م) ، فان على المستقرض أن يسدد في نهايـة مدة القرض دفعة واحدة تساوي جملة القرض في تاريخ استحقاقه ، أي :

$$ج_{ن} = ق(١ + م)^{ن}$$

مثال : استقرض شخص ١٠٠٠٠ ل.س لمدة ٧ اعوام بمعدل فائدة قدره ٨٪ واتفق مع المصرف المقرض أن يعيد المبلغ المستقرض وفوائده في نهاية مدة القرض ، فما هو المبلغ الذي سيؤديه ؟.

نطبق القانون : $ج_{ن} = ق(١ + م)^{ن}$

$$ج_{ن} = ١٠٠٠٠ (١ + ٠ر٠٨)^{٧}$$

$$ج_{ن} = ١٧١٣٨ر٢٤ \text{ ل.س}$$

وبالطبع فان الفوائد المدفوعة عن القرض تساوي ١٧١٣٨ر٢٤ — ١٠٠٠٠ = ٧١٣٨ر٢٤ ل.س وكما يبدو ، فان هذا الاسلوب في تسديد القروض غير عملي لانه يثقل كاهل المستقرض بدفعه القرض وفوائده مرة واحدة ، لذلك غالباً ما يختار المستقرض أساليب أخرى أكثر واقعية لتسديد القرض وفوائده .

ثالثاً ــ تسديد الفوائد دورياً والقرض في نهاية مدته :

تعتمد هذه الطريقة الفصل بين تسديد الفوائد وتسديد القرض ، فتدفعالفوائد بصورة دورية كل سنة أو نصف سنة أو شهر في حين تسدد القيمة الاسمية للقرض في نهاية مدته . فالدفعة الاخيرة تتضمن اذن الفائدة الاخيرة اضافة الى قيمة القرض الاسمية .

وبشكل عام ، اذا كانت القيمة الاسمية للقرض (ق) ومعدل الفائدة (م) ومدة القرض (ن) فسيدفع المستقرض في نهاية كل دورة فائدة مبلغها : ق×م . وفي نهاية مدة القرض لا يسدد الا القيمة الاسمية للقرض لدفعه الفوائد بصورة دورية .

مثال : استقرض شخص مبلغ ١٥٠٠٠ ل.س لمدة ٥ سنوات بفائدةمعدلها١٠٪ يدفع المستقرض في هذه الحالة فائدة سنوية قدرها : ١٥٠٠٠ × ١٠٪ = ١٥٠٠ل.س وفي السنة الخامسة ، وعند دفعه الفائدة الاخيرة ، يسدد كامل قيمة القرض أي ١٥٠٠٠ ل.س .

وفي بعض الاحيان ، يقوم الدائن لدى تسلمه الفوائد باستثمارها وذلك باعادة توظيفها بمعدل يقل غالباً عن معدل فائدة القرض . ففي المثال السابق ، لنفرض أن الدائن قد وظف الفوائد السنوية بفائدة سنوية معدلها ٨٪ حتى نهاية مدة القرض.

فالفائدة السنوية الاولى وقدرها ١٥٠٠ ل.س توظف لمدة ٤ سنوات .

والفائدة السنوية الثانية وقدرها ١٥٠٠ ل.س توظف لمدة ٣ سنوات .

والفائدة السنوية الثالثة ومقدارها ١٥٠٠ ل.س توظف لمدة ٢ سنة .

والفائدة السنوية الرابعة ومقدارها ١٥٠٠ ل.س توظف لمدة ١ سنة .

فتكون جملة الفوائد في نهاية السنة الخامسة : $ج_{٥} = ١٥٠٠ \times \frac{(١ر٠٨)^{٥} - ١}{٠ر٠٨} =$

$$ج_{٥} = ١٥٠٠ \times ٥ر٨٦٦٦٠$$

$$ج_{٥} = ٨٧٩٩ر٩٠ \text{ ل.س}$$

وبالتالي تكون جملة ما حصل عليه الدائن :

$$١٥٠٠٠ + ٨٧٩٩ر٩٠ = ٢٣٧٩٩ر٩٠ \text{ ل.س}$$

ويكون معدل الفائدة الفعلي (مَ) الذي حصل عليه في نهاية مدة القرض :

$$١٥٠٠٠ (١ + مَ)^{٥} = ٢٣٧٩٩ر٩٠$$

$$(١ + مَ)^{٥} = \frac{٢٣٧٩٩ر٩٠}{١٥٠٠٠} = ١ر٥٨٦٦٦$$

ومعدل الفائدة الفعلي $مَ = ٠ر٠٩٦٧٢$

$$مَ = ٩ر٦٧٢٪$$

ان طريقة تسديد القيمة الاسمية للقرض كاملة محذوراً بالنسبة للمدين حيث يدفع المستقرض كما رأينا خلال (ن ــ ١) دورة مبالغ بسيطة هي عبارة عن الفوائد الدورية الثابتة ، في حين يسدد مبلغاً كبيراً في الدورة الاخيرة (ن) لدفعه الفائدة الاخيرة والقيمة الاسمية للقرض . لذلك يقوم المستقرض عادة بتكوين مدخرات أو أقساط ثابتة إعتباراً من نهاية الدورة الاولى ويوظفها لاستعمالها في نهاية مدةالقرض.

لنفرض ان المدين ادخر في نهاية الدورة الاولى مبلغاً قدره و

وفي نهاية الدورة الثانية مبلغاً قدره و

:

:

وفي نهاية الدورة الاخيرة مبلغاً قدره و

وان المدين قد وظف هذه المبالغ بمعدل فائدة يختلف عادة عن المعدل م وليكن مَ.

من المفروض ان يتمكن المستقرض من سداد قيمة دينه نتيجة لتوظيف مدخراته، بمعنى آخر ان جملة المبالغ المدخرة حتى نهاية القرض يجب أن تساوي القيمة الاسمية للقرض ، أي :

$$\text{ق} = \text{و} \; \frac{(1+\text{م}')^{\text{ن}} - 1}{\text{م}'}$$

وبالتالي فان

$$\text{و} = \frac{\text{ق} \times \text{م}'}{(1+\text{م}')^{\text{ن}} - 1}$$

واذا عدنا الى ظروف المدين ، فان عليه في نهاية كل دورة ليس فقط ادخار المبلغ (و) ، وانما ايضاً دفع الفائدة الدورية عن القرض المساوية ق × م . وبذلك تساوي الدفعة الدورية (د) :

$$\text{د} = \text{ق} \times \text{م} + \text{و}$$

وبتعويض (و) بقيمتها يكون :

$$\text{د} = \text{ق} \times \text{م} + \frac{\text{ق} \times \text{م}'}{(1+\text{م}')^{\text{ن}} - 1}$$

$$\text{د} = \text{ق} \left[\text{م} + \frac{\text{م}'}{(1+\text{م}')^{\text{ن}} - 1} \right]$$

وبافتراض تساوي معدل الفائدة م ومعدل التوظيف مَ ، فان الدفعة السنوية (د) تساوي :

$$\text{د} = \text{ق} \left[\frac{\text{م}}{(1+\text{م})^{\text{ن}} - 1} + \text{م} \right]$$

وبضرب صورة ومخرج الكسر بـ $(1+\text{م})^{-\text{ن}}$:

$$\text{د} = \text{ق} \left[\frac{\text{م}\,(1+\text{م})^{-\text{ن}}}{(1+\text{م})^{\text{ن}}\,(1+\text{م})^{-\text{ن}} - (1+\text{م})^{-\text{ن}}} + \text{م} \right]$$

$$\text{د} = \text{ق} \left[\frac{\text{م}\,(1+\text{م})^{-\text{ن}}}{1 - (1+\text{م})^{-\text{ن}}} + \text{م} \right]$$

وبتوحيد المخارج :

$$\text{د} = \text{ق} \left[\frac{\text{م}\,(1+\text{م})^{-\text{ن}} + \text{م}\left[1 - (1+\text{م})^{-\text{ن}}\right]}{1 - (1+\text{م})^{-\text{ن}}} \right]$$

$$\text{د} = \text{ق} \left[\frac{\text{م}\,(1+\text{م})^{-\text{ن}} + \text{م} - \text{م}\,(1+\text{م})^{-\text{ن}}}{1 - (1+\text{م})^{-\text{ن}}} \right]$$

وبالاختصار :

$$\text{د} = \text{ق} \frac{\text{م}}{1 - (1+\text{م})^{-\text{ن}}}$$

وهذا هو القانون الذي يحدد قيمة الدفعة الدورية حسب الطريقة الفرنسية . وبالتطبيق على أرقام المثال السابق ، نجد ان :

$$\text{د} = ١٠٠٠٠٠٠ \frac{٠ر١٠}{١ - (١ر١٠)^{-٥}}$$

$$\text{د} = ٢٦٣٧٩٧ر٤٨ \ \text{ل.س}$$

أما اذا كان معدل التوظيف (م َ) لا يساوي معدل الفائدة (م) فينطبق
قانون :

$$\text{د} = \text{ق} \left[\text{م} + \frac{\text{م}'}{(١ + \text{م}')^{\text{ن}} - ١} \right]$$

وبافتراض أن معــدل التوظيف مَ يساوي ٨٪ وأن معدل الفائــدة م يساوي
١٪ فان الدفعة السنوية تساوي :

$$\text{د} = ١٠٠٠٠٠٠ \left[٠ر١٠ + \frac{٠ر٠٨}{(١ر٠٨)^{٥} - ١} \right]$$

$$\text{د} = ٢٧٠٤٥٦ر٤٥ \ \text{ل.س}$$

رابعاً : التسديد التدريجي للقرض وفوائده :

يمكن أن يسدد القرض وفوائده بصورة تدريجية وعلى دفعات متعددة . ففي
اية السنة الاولى ، يسدد المستقرض استهلاكاً سنوياً ($\text{ك}_{١}$) من مبلغ القرض
لاضافة الى فائدة القرض $\text{ف}_{١} = \text{ق} \times \text{م}$. وبهذه الطريقة يسدد المستقرض في
ورة الاولى دفعة سنوية تساوي :

$$\text{د}_{١} = \text{ك}_{١} + \text{ف}_{١}$$

$$\text{د}_{١} = \text{ك}_{١} + \text{ق} \times \text{م}$$

حيث تمثل $\text{ك}_{١}$ الجزء المستهلك من القرض في الدورة الاولى ، أو ما نسميه الاستهلاك الاول . وفي نهاية السنة الثانية ، يسدد المستقرض جزءاً ثانياً من القرض $\text{ك}_{٢}$ بالاضافة الى فائدة القسم المتبقى من القرض $\text{ق}_{١} = \text{ق}_{٠} - \text{ك}_{١}$ ، اذن تساوي الدفعة الثانية .

$$\text{د}_{٢} = \text{ك}_{٢} + \text{ف}_{٢}$$

$$\text{د}_{٢} = \text{ك}_{٢} + \text{ق}_{١} \times \text{م}$$

$$\text{د}_{٢} = \text{ك}_{٢} + (\text{ق}_{٠} - \text{ك}_{١}) \times \text{م}$$

ويبقى على المستقرض أن يسدد في بداية الدورة الثالثة $\text{ق}_{٢} = \text{ق}_{١} - \text{ك}_{٢}$ . . . وهكذا،

ففي نهاية السنة (ن) يسدد المستقرض :

$$\text{د}_{\text{ن}} = \text{ك}_{\text{ن}} + \text{ف}_{\text{ن}}$$

$$\text{د}_{\text{ن}} = \text{ك}_{\text{ن}} + \text{ق}_{\text{ن}-١} \times \text{م}$$

حيث يمثل $\text{ك}_{\text{ن}}$ الجزء الباقي من القرض ، ويمكن تمثيل تسديد القرض وفق هذه الطريقة بالجدول التالي الذي نسميه بجدول الاستهلاك :

السنة أو الدورة	مبلغ القرض في بداية الدورة	فائدة الدورة : ف	الاستهلاك ك	الدفعة المسددة في نهاية الدورة : د
١	$ق$	$ف_{١} = ق \times م$	$ك_{١}$	$د_{١} = ق \times م + ك_{١}$
٢	$ق_{١} = ق - ك_{١}$	$ف_{٢} = ق_{١} \times م$	$ك_{٢}$	$د_{٢} = ق_{١} \times م + ك_{٢}$
٣	$ق_{٢} = ق_{١} - ك_{٢}$	$ف_{٣} = ق_{٢} \times م$	$ك_{٣}$	$د_{٣} = ق_{٢} \times م + ك_{٣}$
:				
ز	$ق_{ز-١} = ق_{ز-٢} - ك_{ز-١}$	$ف_{ز} = ق_{ز-١} \times م$	$ك_{ز}$	$د_{ز} = ق_{ز-١} \times م + ك_{ز}$
:				
ن - ١	$ق_{ن-٢} = ق_{ن-٣} - ك_{ن-٢}$	$ف_{ن-١} = ق_{ن-٢} \times م$	$ك_{ن-١}$	$د_{ن-١} = ق_{ن-٢} \times م + ك_{ن-١}$
ن	$ق_{ن-١} = ق_{ن-٢} - ك_{ن-١}$	$ف_{ن} = ق_{ن-١} \times م$	$ك_{ن}$	$د_{ن} = ق_{ن-١} \times م + ك_{ن}$
			$ق$	

ونستنتج من هذا الجدول ما يلي :

١ ـ مجموع الاستهلاكات $ك_١$ ، $ك_٢$ ، .. $ك_ن$ يساوي القيمة الاسمية للقرض ، أي

$$ق = ك_١ + ك_٢ + \ldots + ك_ن$$

٢ ـ يساوي استهلاك الدورة الاخيرة ($ك_ن$) الجزء المتبقي من القرض في بداية هذه الدورة $ق_{ن-١}$ ، أي :

$$ك_ن = ق_{ن-١}$$

٣ ـ يساوي القسم المتبقي من القرض في بداية الدورة (ز) القسم المتبقي من القرض في بداية الدورة (ز ـ ١) مطروحاً منه الجزء المستهلك من القرض في الدورة (ز) أي :

$$ق_ز = ق_{ز-١} - ك_ز$$

٤ ـ تساوي الفائدة المدفوعة في الدورة (ز) جداء الجزء المتبقي من القرض في الدورة (ز ـ ١) في معدل الفائدة ، أي :

$$ف_ز = ق_{ز-١} \times م$$

خامساً : قواعد عامة في تسديد القروض :

رأينا أن التسديد التدريجي بعدد من الدفعات التي تتضمن الاستهلاكات والفوائد يشكل أحد الاساليب في اطفاء القروض . ويمكن تسجيل الدفعات $د_١$،$د_٢$،..$د_ن$ المسددة في نهاية الدورات ١ ، ٢ ، .. ن في الحساب الجاري طويل الاجل على النحو التالي :

الحساب الجاري للمستقرض في دفاتر المقرض

مدين		دائن	
$\text{ق}_{\cdot}$	القرض في الدورة ٠	د_{1}	دفعة في الدورة ١
		د_{2}	دفعة في الدورة ٢
		⋮	
		$\text{د}_{\text{ز}}$	دفعة في الدورة ز
		⋮	
		$\text{د}_{\text{ن}}$	دفعة في الدورة ن

بالاعتماد على التسجيل الدفتري لاطفاء القرض وجدول الاستهلاك ، نستطيع التأكيد على القواعد التالية :

القاعدة الاولى :

يعني تسديد الدفعة النونية اطفاء القرض بكامله ، وهذا يعني انعدام رصيد الحساب الجاري والفوائد بعد تسجيل الدفعة الاخيرة . ونستطيع تلخيص ذلك بالمساواة الآتية :

$$\text{ق}_{\cdot}(1+\text{م})^{\text{ن}} - [\text{د}_{1}(1+\text{م})^{\text{ن}-1} + \text{د}_{2}(1+\text{م})^{\text{ن}-2} + \cdots + \text{د}_{\text{ز}}(1+\text{م})^{\text{ن}-\text{ز}} + \cdots + \text{د}_{\text{ن}-1}(1+\text{م}) + \text{د}_{\text{ن}}] = \cdot$$

أو

$$\text{ق}\,(\text{١} + \text{م})^{\text{ن}} = \text{د}_{\text{١}}\,(\text{١} + \text{م})^{\text{ن}-\text{١}} + \text{د}_{\text{٢}}\,(\text{١} + \text{م})^{\text{ن}-\text{٢}} + \cdots + \text{د}_{\text{ز}}\,(\text{١} + \text{م})^{\text{ن}-\text{ز}} + \cdots + \text{د}_{\text{ن}-\text{١}}\,(\text{١} + \text{م}) + \text{د}_{\text{ن}}$$

وتصاغ المساواة الاخيرة بالقاعدة التالية : تساوي جملة راس المال المقرض في نهاية الدورة (ن) مجموع جملة الدفعات الدورية التي تسدد القرض في التاريخ نفسه ، أي في تاريخ اطفاء القرض .

القاعدة الثانية :

لنضرب طرفي المساواة السابقة بالمقدار $(\text{١} + \text{م})^{-\text{ن}}$ فيكون :

$$\text{ق} = \text{د}_{\text{١}}\,(\text{١} + \text{م})^{-\text{١}} + \text{د}_{\text{٢}}\,(\text{١} + \text{م})^{-\text{٢}} + \cdots + \text{د}_{\text{ز}}\,(\text{١} + \text{م})^{-\text{ز}} + \cdots + \text{د}_{\text{ن}}\,(\text{١} + \text{م})^{-\text{ن}}$$

حيث نستنتج القاعدة الثانية : تساوي القيمة الاسمية للقرض مجموع القيم الحالية للدفعات التي تسدده في زمن الاساس .

ونلاحظ ان القاعدتين الاولى والثانية تدلان على المساواة بين القيمة الاسمية للقرض والدفعات الدورية التي تسدده في الفترة (ن) القاعدة الاولى ، او في الفترة (٠) القاعدة الثانية .

القاعدة الثالثة :

يساوي رصيد الحساب الجاري مباشرة بعد تسديد الدفعة التي ترتيبها (ز) الفرق بين ما يسجل في الطرف المدين مضافاً اليه فوائده ، وما يسجل في الطرف الدائن مضافاً اليه فوائده ، أي :

$$ص_ز = ق\,(١ + م)^{ز} - [\,د_{١}\,(١ + م)^{ز-١} + د_{٢}\,(١ + م)^{ز-٢} + \cdots + د_{ز}\,(١ + م) + د_{ز}\,]$$

حيث يمثل $ص_ز$ ما تبقى من القرض $ق_ز$ مباشرة بعد تسديد الدفعة (ز) ،
ومنه نستنتج القاعدة : يساوي المتبقي من القرض بعد تسديد الدفعة (ز) الفرق بين جملة المبلغ المقرض وجملة الدفعات المسددة التي عددها (ز) في ذلك التاريخ .
وبعد تسديد الدفعة (ز) يمكن اعتبار الحساب الجاري للمدين ممثلا لقرض مبلغه (ق) يستهلك بعدد من الدفعات (ن ــ ز) .

القاعدة الرابعة :

بالاعتماد على القاعدة الثانية ، يمكن صياغة القاعدة الثالثة بالشكل التالي :
يساوي الدين الباقي بعد تسديد الدفعة (ز) مجموع القيم الحالية في التاريخ (ز) للدفعات الباقية (ن ــ ز) .

سادسا : استهلاك القروض بدفعات ثابتة (الطريقة الفرنسية)

عند مناقشة تسديد القروض تدريجيا ، لم نضع اية فرضية حول مبالغ الدفعات التي تسدد بها القروض ، ولكن في كثير من البلدان كفرنسا مثلا ، تسدد القروض وفوائدها بدفعات ثابتة لا تتغير من سنة لأخرى ، مما اعطى هذه الطريقة في تسديد القروض اسم الطريقة الفرنسية .

لنرمز ب (د) للدفعة الثابتة ، (ن) عدد الدفعات ومدة القرض ، (م) معدل الفائدة ، (ق) القيمة الاسمية للقرض . وبالاعتماد على القاعدة الثانية نستطيع أن نكتب :

$$ق = د \frac{١ - (١ + م)^{-ن}}{م}$$

$$\text{أو } د = ق \;.\; \frac{م}{١ - (١ + م)^{-ن}}$$

مثال : تبلغ القيمة الاسمية لقرض ١٠٠٠٠٠٠ ل.س مدته خمس سنوات بمعدل فائدة ١٠٪ يسدد القرض على خمس دفعات متساوية ، أوجد قيمة كل دفعة ونظم جدول الاستهلاك .

$$د = ١٠٠٠٠٠٠ \frac{٠ر١٠}{١ - (١ر١٠)^{-٥}}$$

$$د = ٢٦٣٧٩٧ر٤٨ \text{ ل.س}$$

أما جدول الاستهلاك فينظم على النحو التالي :

الدورة ر	مبلغ القرض في بداية الدورة : قر ـ ١	فائدة الدورة فر = قر × م	الاستهلاك كر	الدفعة الثابتة در در = قر × م + كر
١	ق٠ = ١٠٠٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٦٣٧٩٧ر٤٨	٢٦٣٧٩٧ر٤٨
٢	ق١ = ٨٣٦٢٠٢ر٥٢	٨٣٦٢٠ر٢٥	١٨٠١٧٧ر٢٣	٢٦٣٧٩٧ر٤٨
٣	ق٢ = ٦٢٦٠٢٥ر٢٩	٦٥٦٠٢ر٥٣	١٩٨١٩٤ر٩٥	٢٦٣٧٩٧ر٤٨
٤	ق٣ = ٤٥٧٨٣٠ر٣٤	٤٥٧٨٣ر٠٣	٢١٨٠١٤ر٤٥	٢٦٣٧٩٧ر٤٨
٥	ق٤ = ٢٣٩٨١٥ر٨٩	٢٣٩٨١ر٥٩	٢٣٩٨١٥ر٨٩	٢٦٣٧٩٧ر٤٨
			١٠٠٠٠٠٠	

هذا ويمكن ايراد الايضاحات التالية بشأن حساب ارقام هذا الجدول :

١ ـ حسبت الدفعة السنوية الثابتة حسب القانون المذكور سابقاً وتساوي ٢٦٣٧٩٧ر٤٨ ل.س

٢ ـ حسبت فوائد الدورة بضرب مقدار القرض في بداية الدورة ($ق_{ر-1}$) بمعدل الفائدة ١٠٪

٣ ـ أوجد الاستهلاك بطرح فائدة الدورة من مبلغ الدفعة الثابتة .

٤ ـ يؤدي طرح مبلغين متتاليين للقرض من بعضهما البعض الى الحصول على الاستهلاكات السنوية .

واعتماداً على ارقام هذا الجدول ، يمكن التأكد من القواعد الاربع السابقة عدديا :

القاعدة (١) :
$$1000000 \times (1.10)^{5} = 263797.48 \times \frac{(1.10)^{5} - 1}{0.10}$$

القاعدة (٢) :
$$1000000 = 263797.48 \times \frac{1 - (1.10)^{-5}}{0.10}$$

القاعدة (٣) : بافتراض ز = ٢

$$ق_{2} = 656025.29 = 1000000 \times 1.10^{2} - 263797.48 \times \frac{(1.10)^{2} - 1}{0.10}$$

القاعدة (٤) : بافتراض ز = ٣

$$ق_{3} = 457830.34 = 263797.48 \times \frac{1 - (1.10)^{-(5-3)}}{0.10}$$

وبالاضافة الى تحقق هذه القواعد نستطيع ايراد الملاحظات التالية :

١ — يبين جدول الاستهلاك أن مجموع الاستهلاكات يساوي القيمة الاسمية للقرض، أي :

$$\text{ق} = \text{ك}_{1} + \text{ك}_{2} + \cdots + \text{ك}_{\text{ن}}$$

٢ — تتناقص المبالغ المتبقية من القرض : ق_{1} ، ق_{2} ، .. $\text{ق}_{\text{ن}}$ من دورة لأخرى ، وبالتالي فان الفوائد المدفوعة تتناقص لانها تتناسب طرداً مع المبلغ المتبقي من القرض، وبالنظر لان الدفعات السنوية ثابتة ومبالغ الفوائد تتناقص من دورة لاخرى ، فان الاستهلاكات ك_{1} ، ك_{2} ، ك_{3} ، ك_{4} تتزايد من دورة لاخرى .

٣ — نلاحظ أن الاستهلاك الاخير (٢٣٩٨١٥٫٨٩) يساوي المتبقي من القرض في بداية الدورة الاخيرة ، اي : $\text{ق}_{\text{ن}-1} = \text{ك}_{\text{ن}}$

٤ — تكون الاستهلاكات متوالية هندسية حدها الاول الاستهلاك الاول وأساسها (١ + م) :

$$\text{اي} \quad \text{ك}_{\text{ر}} = \text{ك}_{\text{ر}-1}\,(1 + \text{م})$$

$$\text{و} \quad \text{ك}_{\text{ر}} = \text{ك}_{1}\,(1 + \text{م})^{\text{ر}-1}$$

٥ — يتضمن القانون $\text{ق} = \text{د}\,\dfrac{(1 + \text{م})^{-\text{ن}} - 1}{\text{م}}$ العلاقة بين اربعة مقادير : القيمة الاسمية للقرض (ق) ، مقدار الدفعة او القسط السنوي (د) ، معدل الفائدة (م) ، وعدد الاقساط او الفترات الزمنية (ن) . ويمكن حساب اي من هذه المقادير اذا علمت المقادير الثلاثة الباقية . ويمكن ان نستنتج بشكل خاص :

$$د = \frac{ق \times م}{(١ + م)^{-ن} - ١}$$

$$ن = - \frac{لع\left(\frac{ق \times م}{د} + ١\right)}{لع\,(١ + م)}$$

سابعاً : استهلاك القروض بدفعات ثابتة غير سنوية :

تقوم الطريقة الفرنسية على تسديد دفعات القرض الثابتة سنوياً . ويمكن أن تأخذ هذه الطريقة شكلاً خاصاً عندما نبقي على ثبات الدفعات ولكن نغير طول الفترة الزمنية ، فتصبح الدفعات الثابتة كل سنتين أو نصف سنوية أو ربع سنوية أو شهرية . ولا يختلف تطبيق الطريقة بقوانينها ومراحلها الا عند حساب معدل الفائدة، فنوجد معدل الفائدة المكافيء (حسب طول الفترة الزمنية) لمعدل الفائدة السنوي وذلك وفق العلاقة المعروفة :

$$(١ + م_{س})^{س} = (١ + م)$$

مثال : تبلغ القيمة الاسمية لقرض ١٠٠٠٠٠ ل.س يستهلك على ١٨٠ دفعة شهرية ثابتة بمعدل فائدة سنوي ١٤٪ . اكتب الاسطر الثلاثة الاولى والسطر الاخير من جدول الاستهلاك .

لحساب الدفعة السنوية الثابتة ، نوجد أولا معدل الفائدة الشهري المكافىء للمعدل السنوي ١٤٪ حسب العلاقة :

$$(١ + م_{١٢})^{١٢} = (١ + م)$$

$$(١ + م_{١٢})^{١٢} = ١٫١٤$$

$$١٢ \text{ لع } (١ + م_{١٢}) = \text{لع } ١ر١٤$$

$$\text{لع } (١ + م_{١٢}) = \frac{\text{لع } ١ر١٤}{١٢}$$

$$\text{لع } (١ + م_{١٢}) = \frac{٠ر٠٥٦٩٠٥}{١٢} = ٠ر٠٠٤٧٤٢١$$

$$١ + م_{١٢} = ١ر٠١٠٩٧٨٨٥$$

$م_{١٢} = ٠ر٠١٠٩٧٨٨٥$ وهو معدل الفائدة الشهري .

نطبق القانون : $د = ق \dfrac{م}{١ - (١ + م)^{-ن}}$ لايجاد الدفعة الشهرية

$$د = ١٠٠٠٠٠ \frac{٠ر٠١٠٩٧٨٨٥}{١ - (١ر٠١٠٩٧٨٨٥)^{-١٨٠}}$$

$$د = ١٢٧٦ر٧٦ \text{ ل.س}$$

ويمثل هذا المبلغ الدفعة الشهرية الثابتة ، اي الجزء المستهلك من القـرض وفوائد الدورة . ثم نقوم بايجاد الاقساط والاستهلاكات الدورية ونرتبها كما هو وارد في الجدول التالي :

جدول الاستهلاك

الاستحقاق	القرض	الفائـدة	الاستهلاك	الدفعـة
١	١٠٠٠٠	١٠٩٧ر٨٨	١٧٨ر٨٨	١٢٧٦ر٧٦
٢	٩٩٨٢١ر١٢	١٠٩٥ر٩٢	١٨٠ر٨٤	١٢٧٦ر٧٦
٣	٩٩٦٤٠ر٢٨	١٠٩٣ر٩٤	١٨٢ر٨٢	١٢٧٦ر٧٦
:				
:				
١٨٠	١٢٦٢ر٨٩	١٣ر٨٧	١٢٦٢ر٨٩	١٢٧٦ر٧٦

ونستطيع هنا التاكيد على بعض الملاحظات حول جدول الاستهلاك :

١ ــ حسبت الفوائد بمعدل شهري يساوي ١٠٩٧٨٨٥ر٠٠.

٢ ــ تشكل الفوائد الشهرية متوالية هندسية أساسها ١٠٩٧٨٨٥ر١٠

٣ ــ حسب الاستهلاك الاخير بقسمة الدفعة الثابتة ١٢٧٦ر٧٦ على اساس المتوالية الهندسية ١٠٩٧٨٨٥ر١٠.

ثامناً : استهلاك القروض باستهلاكات ثابتة :

رأينا في الطريقة الفرنسية أن تسديد القرض يتم على دفعات ثابتة تضم بآن واحد الاستهلاك والفائدة ، في هذه الطريقة يكون الاستهلاك ثابتاً ويضاف اليه مبلغ الفائدة ، اي أن الدفعات الدورية تكون متغيرة رغم ثبات الاستهلاكات الدورية .

في المثال السابق ، استهلك القرض بدفعات ثابتة (استهلاك + فائدة) . هنا نفترض أن الاستهلاكات ثابتة بمعنى أن القرض سيستهلك على خمس استهلاكات

قيمة كل منها ١٠٠٠٠٠٠ ÷ ٥ = ٢٠٠٠٠٠ ل.س ، بالاضافة الى الفوائد . لنحسب عناصر جدول الاستهلاك ونقوم بترتيبها :

الدورة	القرض في بداية الدورة	فائدة الدورة	الاستهلاك	الدفعـة
١	١٠٠٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠٠	٣٠٠٠٠٠
٢	٨٠٠٠٠٠	٨٠٠٠٠	٢٠٠٠٠٠	٢٨٠٠٠٠
٣	٦٠٠٠٠٠	٦٠٠٠٠	٢٠٠٠٠٠	٢٦٠٠٠٠
٤	٤٠٠٠٠٠	٤٠٠٠٠	٢٠٠٠٠٠	٢٤٠٠٠٠
٥	٢٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠	٢٠٠٠٠٠	٢٢٠٠٠٠
			١٠٠٠٠٠٠	

ونلاحظ أن الاستهلاكات في هذه الطريقة ثابتة (٢٠٠٠٠٠) في حين أن الدفعات غير ثابتة وتشكل فيما بينها متوالية عددية متناقصة أساسها :

$$\frac{ق}{ن} \times م = \frac{١٠٠٠٠٠٠}{٥} \times ١٠ر٠ = ٢٠٠٠٠$$

وحدها الاول $ق \times م + \frac{ق}{ن} = ١٠٠٠٠٠٠ \times ١٠ر٠ + \frac{١٠٠٠٠٠٠}{٥}$

$= ٣٠٠٠٠٠$

وبما أن الاستهلاكات ثابتة فتشكل الدفعات متوالية عددية متناقصة يساوي أساسها أساس فوائد الدورات أي $\frac{ق}{ن} \times م = ٢٠٠٠٠$

تطبيقات عملية

١ ـ بتاريخ ١٩٧٥/٥/١ أودع شخص في حسابه الجاري المصرفي ٤٠٠٠٠ ل.س بمعدل فائدة سنوي قدره ٨٪ ، وقد أجرى مع المصرف العمليات التالية :

في ١٩٧٨/٥/١ أودع ٢٠٠٠٠ ل.س

في ١٩٨٠/٥/١ سحب ١٦٠٠٠ ل.س

في ١٩٨٢/٥/١ سحب ٢٤٠٠٠ ل.س

في ١٩٨٣/٥/١ أودع ١٠٠٠٠ ل.س

أوجد رصيد الحساب الجاري بتاريخ ١٩٨٤/٥/١ بالطريقة المباشرة وطريقة الارصدة .

٢ ـ استقرض شخص من مصرفه مبلغ ٣٠٠٠٠ ل.س ، وفي نهاية السنة الاولى دفع الى المصرف ١٤٧٠٠ ل.س وفي نهاية السنة الثانية دفع ١٩٦٢٠ ل.س تسديداً لقرضه .

أوجد معدل الفائدة ، ثم نظم جدول الاستهلاك .

٣ ـ استقرض شخص مبلغ ١٣٠٠٠ ل.س على أن يؤديه دفعة واحدة بعد ٥ سنوات فما هو المبلغ الذي يسدده الشخص في نهاية مدة القرض علماً بأن معدل الفائدة السنوي ٨٪ .

٤ ـ يسدد قرض على خمس دفعات سنوية تتضمن كلاً منها الاستهلاك والفائدة ، وقد بلغت قيم واستحقاقات هذه الدفعات كالتالي :

$د_1$ = ٤٢٠٠ ل.س تستحق بعد سنة من القرض .

$د_2$ = ٤٢٠٠ ل.س تستحق بعد ٢ سنة من القرض .

$د_3$ = ٤٥٠٠ ل.س تستحق بعد ٣ سنوات من القرض .

$د_4$ = ٥٠٠٠ ل.س تستحق بعد ٤ سنوات من القرض .

$د_5$ = ٥٥٠٠ ل.س تستحق بعد ٥ سنوات من القرض .

ويبلغ مقدار الاستهلاك الاخير ٥٠٠٠ ل.س ، أوجد معدل الفائدة ، والقيمة الاسمية للقرض .

٥ ـ سدد ثمن عقار قيمته ١٠٠٠٠٠٠ل.س بدفعة نقدية قدرها ٤٠٠٠٠٠ل.س وبعشر دفعات سنوية ثابتة قيمتها ٦٠٠٠٠٠ ل.س بمعدل ١٠ ٪ . وبعد تسديد الدفعة الثالثة مباشرة طلب المدين التحرر من التزاماته بدفع ٤ دفعات ثابتة (بدلا من الدفعات السبع الباقية) بمعدل فائدة ١٠ ٪ . أوجد قيمة كل من هذه الدفعات .

٦ ـ أودع شخص في مصرف دفعات سنوية لمدة ٦ سنوات ، مبلغ كل منها ٢٠٠٠٠ ل.س بمعدل فائدة سنوي ٨ ٪ ، وقد استعاد الشخص راس ماله المودع على خمس دفعات ثابتة دفعت الاولى بعد ٣ سنوات من الايداع السادس ، أوجد مبلغ كل من هذه الدفعات اذا علمت أن معدل الفائدة ٨ ٪ .

٧ ـ يسدد قرض قيمته ١٠٠٠٠٠٠ ل.س بواسطة ١٥ دفعة ثابتة بمعدل فائدة ٧ ٪ والمطلوب :

آ ـ أوجد مقدار الدفعة الثابتة .

ب ـ حلل الدفعة الاولى والاخيرة الى فائدة واستهلاك .

حـ ـ أوجد مقدار القرض غير المسدد في بداية السنة الثامنة من القرض .

٨ ـ يسدد قرض بمعدل فائدة ربع سنوي قدره ٤٫٢٥ ٪ بدفعات نصف سنوية قيمة كل منها ٢٦٢٠٫٩٢ ل.س . يزيد مبلغ الاستهلاك الاخير عن الاستهلاك الاول بمقدار ٢٠١٨٫١٥ ل.س ، والمطلوب ،

آ ـ أوجد الاستهلاك الاول والاخير .

ب ـ أوجد القيمة الاسمية للقرض .

٩ ـ يستهلك قرض مقداره ١٠٠٠٠ ل.س خلال ١١ سنة بتأدية دفعات سنوية متساوية بمعدل فائدة ٨٪ ، والمطلوب :

آ ـ حساب مبلغ الدفعة السنوية الثابتة علماً بأن الدفعة الاولى تؤدى بعد سنة من تاريخ القرض .

ب ـ حساب المبلغ المستهلك من القرض بعد تأدية القسط السادس مباشرة. وبعد تأدية الدفعة السادسة مباشرة عدلت شروط القرض بحيث اتفق مجدداً على مضاعفة الدفعة الدورية وجعل معدل الفائدة ١٠٪ اعتباراً من هذا التاريخ ، فما هي مقدار الدفعة الجديدة ؟

١٠ ـ قرض قيمته الاسمية (ق) يسدد على ٦ دفعات سنوية ثابتة ، يساوي حاصل قسمة الاستهلاك الثالث على الاستهلاك الاول ١٧٧٢٢٥ر١ ، ويبلغ الفرق بين هذين الاستهلاكين ٤٦ر١٩٠٨ ، والمطلوب حساب :

آ ـ الاستهلاك الاول .

ب ـ معدل الفائدة .

حـ ـ القيمة الاسمية للقرض .

د ـ مبلغ الدفعة الثابتة .

١١ ـ يسدد قرض بدفعات ثابتة ، يبلغ الاستهلاك الاول ٨٠ر٦٥٤٨ ل.س والسادس ٣٨ر١٠٣٠٩ ل.س والثاني عشر ٢١ر١٧٧٧١ ، والمطلوب :

آ ـ أوجد معدل الفائدة .

ب ـ اذا بلغت الدفعة السنوية ٨٠ر٢٥٥٤٨ ل.س أوجد القيمة الاسمية للقرض .

حـ ـ أوجد عدد الدفعات .

١٢ ـ يسدد قرض قيمته الاسمية (ق) على عشر دفعات سنوية ثابتة ، يبلغ

مقدار الاستهلاك الثالث ٢٣٤٦٠٫٢٢ ل.س والسادس ٣٠٣٨١٫٦٧ ل.س والمطلوب حساب :

آ ـ معدل الفائدة .

ب ـ القيمة الاسمية للقرض .

ج ـ الدفعة السنوية .

د ـ المبلغ المتبقي من القرض بعد الدفعة السابعة .

١٣ ـ استقرض شخص مبلغ ١٠٠٠٠٠ ل.س يسدد على ١٠ دفعات سنوية ثابتة تدفع الاولى بعد سنة من تاريخ القرض ، وبعد تأدية الدفعة الثالثة مباشرة طلب تعديل شروط القرض فخيره الدائن بتسديد الباقي وفق احد الاسلوبين التاليين:

آ ـ تأدية دفعة واحدة فورية مقدارها ٧٥٠٠٠ ل.س .

ب ـ تسديد ١٢ دفعة سنوية تدفع الاولى بعد سنتين من تاريخ التعديل ومقدار كل منها ٨٩٦٠ ل.س ، فاذا علمت أن الاستهلاك الثاني والثالث من الدفعات القديمة هما على التوالي ٨٢٩٥ ل.س و ٨٧٠٩٫٧٥ ، فما هو الباقي من القرض بتاريخ تعديل الشروط ، وأي من الاسلوبين يختار الشخص .

١٤ ـ استقرضت شركة ٣مليون ل.س تدفع على ١٥ دفعة ثابتة سنوية بمعدل فائدة ١٠ ٪ ، خلال تسديد الدفعة العاشرة ، رأى الدائن تخفيض فوائد الدفعة العاشرة بمقدار ١٠ ٪ ، أوجد مقدار الدفعة العاشرة بعد التخفيض .

١٥ ـ يسدد قرض قيمته الاسمية (ق) بواسطة ١٢ دفعة سنوية ثابتة ، يبلغ مجموع الاستهلاك الاول والثاني ١٣٥١٥٫٢٢ ل.س ، ومجموع الاستهلاك الثاني والثالث ١٤٥٢٨٫٨٦ أوجد معدل الفائدة ، والاستهلاك الاول والاخير ، والدفعة الثابتة ، والقيمة الاسمية للقرض .

المراجع العربية والاجنبية

١ ـ د. صباح الدين بقجه‌جي

الرياضيات المالية ، جزء ١ ، جامعة دمشق ١٩٧٨

٢ ـ د. ممدوح الخطيب الكسواني

الرياضيات العالية ، جامعة دمشق ١٩٨٢

الاقتصاد الرياضي ، جامعة دمشق ١٩٨٢

الرياضيات التمهيدية لدراسة الاقتصاد ، كلية البريد العربية ١٩٨٣

٣ ـ د. نور الله نور الله ـ د. ادمون سابا .

الرياضيات المالية جزء ١ ـ ٢ جامعة دمشق ١٩٦٤

٤ ـ

W. MASIERI

Mathématiques financières

4e. Edition - Sirey , Paris 1980

٥ ـ

W. MASIERI

Mathématiques financières

Travaux Pratiques.

4e. Edition - Sirey , Paris 1980

فهرس المحتويات

رقم الصفحة

رقم الصفحة